Technische Universität Dortmund
Fachbereich: Sprachwissenschaften, experimentelle und empirische Linguistik/ Psycholinguistik
Studiengang: Lehramt für sonderpädagogische Förderung (LABG 2009)

Bachelorarbeit

zur Erreichung des Grades Bachelor of Arts

Die Rolle von Sprache und Symbolik bei mathematischer Hochbegabung – eine empirische Untersuchung

Vorgelegt von: Lena Ackermann

E-Mail: Lena.Ackermann@tu-dortmund.de

Erstbetreuerin: Prof. Dr. Barbara Mertins
Zweitbetreuer/in: Prof. Dr. Stephan Hußmann

Ort: Dortmund
Abgabetermin: 30.10.2017

Ich möchte mich zunächst von Herzen bei allen lieben Menschen bedanken, die mich bei der Anfertigung dieser Bachelorarbeit motiviert und unterstützt haben.

Vor allem möchte ich Holger Mertins danken, der mir mit Rat und Tat bei der Auswertung der Eye-Tracking-Aufnahmen zur Seite stand. Ich habe unheimlich von deiner Erfahrung und Expertise profitiert und in so kurzer Zeit meinen Horizont um ein Vielfaches erweitert. Danke für deine Zeit, Geduld und herausragende Mühe; ohne dich hätte ich keinen so klaren Weg durch den Irrgarten der Daten finden können.

Dann bedanke ich mich herzlich bei Barbara Mertins, die mich in ihrem Team willkommen geheißen und mir die Möglichkeit gegeben hat, die spannenden Anfänge dieses Projektes mitzuerleben. Danke für dein Vertrauen und deine Herzlichkeit.

Ich danke dem ganzen Team, das bei diesem Projekt mitwirkt, für die nette Aufnahme und produktive Zusammenarbeit. Ich freue mich auf eine weitere Zusammenarbeit in Zukunft – wie auch immer diese aussehen mag.

Ich danke allen Teilnehmenden, die sich für diese Pilotierung zur Verfügung gestellt haben und uns erste spannende Einblicke in ihre Gedankenwelt gegeben haben. Hierbei möchte ich mich herzlich bei Cornelia Johnen bedanken, die mir die Kontaktaufnahme zu den Probanden/innen unheimlich erleichtert hat.

Zuletzt danke ich Umut Türkoglu für sein Feedback und seine liebevolle Unterstützung während der ganzen Zeit und ebenso Nina Janczyk, die mir während der Anfertigung eine angenehme Gesellschaft geleistet und mir wertvolle Rückmeldungen zukommen lassen hat.

Lena Ackermann,

Essen, der 23.10.2017

Inhaltsverzeichnis

I. Abkürzungsverzeichnis i

II. Abbildungsverzeichnis ii

III. Tabellenverzeichnis iv

1. Einleitung…………… 1

2. Theoretischer Teil 3

2.1 Was ist Hochbegabung? 3

2.1.1 Performanz vs. Kompetenz 4

2.1.2 Ausgewählte mehrdimensionale Hochbegabungsmodelle 5

2.1.2.1 Hochbegabungsmodelle von Renzulli und Mönks 6

2.1.2.2 Das differenzierte Begabungs- und Talentmodell von Gagné 8

2.1.3 Die Rolle der Intelligenz in Hochbegabungsmodellen 9

2.2 Mathematische Hochbegabung 11

2.2.1 Die Spezifik des mathematischen Tätigseins und die Besonderheiten mathematischen Denkens 11

2.2.2 Mathematische Begabung als individuelle Leistungspotenz für mathematisches Tätigsein 15

2.2.3 Kognitive Merkmale mathematisch Begabter – ausgewählte Forschungsergebnisse 17

2.2.3.1 Strukturierungs- und Verallgemeinerungskompetenzen 17

2.2.3.2 Multimodalität und Doppelrepräsentation 19

2.3 Die Rolle der Sprache in der Mathematik 20

2.3.1 Das Wesen der mathematischen Sprache und Symbolik 22

2.3.1.1 Die unterschiedlichen Sprachebenen in der Mathematik 22

2.3.1.2 Sprache und mathematische Grundvorstellungen 24

2.3.2 Der Zusammenhang zwischen mathematischen und sprachlichen Kompetenzen 26

2.4 Einordnung des eigenen Forschungsvorhabens 28

3. Empirischer Teil ... 29
3.1 Methodik ... 29
3.2 Design des Experiments ... 32
3.3 Auswertung und Analyse ... 37
3.4 Diskussion und Einordnung der Ergebnisse ... 51
3.5 Kritische Reflexion der eigenen Vorgehensweise ... 56
3.6 Ausblick ... 57
4. Fazit ... 58
5. Literaturverzeichnis ... 61
6. Anhang ... 67

I. Abkürzungsverzeichnis

Abb.	Abbildung
bzw.	beziehungsweise
ca.	zirka
ebd.	ebenda
f./ff.	folgende
m.	männlich
m. b.	mathematisch begabt
min.	Minute(n)
S.	Seite
s.	Sekunde(n)
s.	siehe
SMI	Senso Motoric Instruments
s.o.	siehe oben
s.u.	siehe unten
Tab.	Tabelle
u.a.	unter anderem
vgl.	vergleiche
vs.	versus
w.	weiblich
z.B.	zum Beispiel
z.T.	zum Teil

II. Abbildungsverzeichnis

Abb. 1, S.7:	Das „Drei-Ring-Modell von Renzulli (1978)“, entnommen aus: Lack, 2009, S. 42.
Abb. 2, S.9:	„Triadisches Interdependenzmodell der Hochbegabung“ von Mönks (1992), entnommen aus: Lack, 2009, S.44.
Abb. 3, S.10:	„Differenziertes Begabungs- und Talentmodell“ von Gagné (2000), entnommen aus: Gagné, 2000, S.68.
Abb. 4, S.18:	„Modell mathematischer Begabungsentwicklung im Grundschulalter“ von Käpnick und Fuchs (2006), entnommen aus: Fuchs, 2006, S.67.
Abb. 5, S.33:	Aufgabe 2 aus dem 1. Aufgabenblock (C1), gestaltet von Dr. Sabrina Heiderich, s. Anhang
Abb. 6, S.34:	Aufgabe 5 aus dem 1. Aufgabenblock (C1), gestaltet von Dr. Sabrina Heiderich, s. Anhang
Abb. 7, S.35:	Aufgabe 11 aus dem 2. Aufgabenblock (C2), gestaltet von Dr. Sabrina Heiderich, s. Anhang
Abb. 8, S.35:	Aufgabe 13 aus dem 3. Aufgabenblock (C3), gestaltet von Dr. Sabrina Heiderich, s. Anhang
Abb. 9, S.36:	„Betrachtungsperspektiven auf Punktmuster“, entnommen aus: Prediger et al., 2013, S.196.
Abb. 10; S.39:	Aufgabe 3 aus dem Aufgabenblock C1, Typ C1 mit definierten AOIs; Quelle: psycholinguistics eyetracking laboratory der TU Dortmund
Abb. 11, S.43:	AOI Sequence Chart des Anfangsstimulus (1) (0,00-8,00s) für die Gruppe der Hochbegabten bei der Aufgabe B1.2; Quelle: psycholinguistics eyetracking laboratory der TU Dortmund

Abb. 12, S.44: AOI Sequence Chart des Anfangsstimulus (1) (0,00-8,00s) für die Gruppe der Normalbegabten bei der Aufgabe B1.2; Quelle: psycholinguistics eyetracking laboratory der TU Dortmund

Abb. 13, S.44: Focus Map des Anfangsstimulus (1) (0,25-8,00s) für die Hochbegabten (links) und die Normalbegabten (rechts) mit Fokus auf F1 bei der Aufgabe C1.1; Quelle: psycholinguistics eyetracking laboratory der TU Dortmund

Abb. 14, S. 45: Focus Map des Anfangsstimulus (1) (0,25-8,00s) für die Hochbegabten (links) und die Normalbegabten (rechts) mit Fokus auf die Zahlenfolge (F2) bei der Aufgabe C4.5; Quelle: psycholinguistics eyetracking laboratory der TU Dortmund

Abb. 15, S.46: Focus Map des Zeitraumes nach Einblendung der Antworten (2) (0,0-8,00s) für die Hochbegabten (links) und die Normalbegabten (rechts) mit Fokus auf F1 (HB=9,1% höhere Dwelltime) und A2 (NB=12,4% höhere Dwelltime) bei der Aufgabe C1.1; Quelle: psycholinguistics eyetracking laboratory der TU Dortmund

Abb. 16, S.47: Scan Paths für den Anfangsstimulus (1) (0,25-8,00s) für die Hochbegabten (links) und die Normalbegabten (rechts) mit Fokus auf die explizite Vorgehensweise bei der Aufgabe C1.1; Quelle: psycholinguistics eyetracking laboratory der TU Dortmund

Abb. 17, S.48: Scan Paths für den Anfangsstimulus (1) (0,25-10,00s) für alle Hochbegabten (links) und P01 und P02 (rechts) mit Fokus auf eine möglicherweise explizite Strategie am Beispiel der Aufgabe C2.2 mit einer rekursiven Zahlenfolge; Quelle: psycholinguistics eyetracking laboratory der TU Dortmund

Abb. 18, S.48: Scan Paths für den Zeitraum nach der Antwortauswahl (3) (0,00-8,00s) für die Hochbegabten (links) und die Normalbegabten (rechts) mit Fokus auf „Ordnung“ bzw. „Unordnung“ am Beispiel der Aufgabe C4.2; Quelle: psycholinguistics eyetracking laboratory der TU Dortmund

Abb. 19, S.49: Durch Blickbewegungen reproduzierte Erklärungen bei Aufgabe B3.2; Quelle: psycholinguistics eyetracking laboratory der TU Dortmund

Abb. 20, S.49: Durch Blickbewegungen reproduzierte Erklärungen bei Aufgabe B1.1; Quelle: psycholinguistics eyetracking laboratory der TU Dortmund

Abb. 21, S.50: Durch Blickbewegungen reproduzierte Erklärungen bei Aufgabe B4.2; Quelle: psycholinguistics eyetracking laboratory der TU Dortmund

Abb. 22, S.50: Durch Blickbewegungen reproduzierte Erklärungen bei Aufgabe B4.4; Quelle: psycholinguistics eyetracking laboratory der TU Dortmund

III. Tabellenverzeichnis

Tab.1, S.37: „Kategorisierung der Aufgaben der Blöcke C1-C5“, Quelle: eigene Gestaltung

Tab.2, S.38: „Probandenübersicht“, Quelle: eigene Gestaltung

Tab.3, S.42: „Differenz der Dwelltime (in %) zwischen den untersuchten Gruppen – (1) Anfangsstimulus 0,25-8,00s.“, Quelle: eigene Gestaltung

Tab.4, S.45: „Differenz der Dwelltime zwischen den untersuchten Gruppen – (2) Einblendung der Antworten 0,00-8,00s.“, Quelle: eigene Gestaltung

1. Einleitung

„Sprache ist nicht alles, aber ohne Sprache geht (fast) nichts“ (Prof. Helmut J. Vollmer, 2016)

Wie gehen mathematisch hochbegabte Jugendliche mit der mathematischen Sprache und Symbolik um? Worauf legen sie ihre Aufmerksamkeit bei der Problembearbeitung? Unterscheidet sich ihre Lesestrategie von der nicht mathematisch Begabter? Lassen sich besondere Wahrnehmungsstrukturen und mathematische Strategien identifizieren, die zu Effizienz und Erfolg führen?

In der vorliegenden Arbeit soll zumindest eine erste Annäherung an die Beantwortung dieser Fragen erfolgen. Um dieses Ziel zu erreichen, werden Aufnahmen Jugendlicher beim Lösen mathematisch anspruchsvoller, algebraischer Aufgaben in unterschiedlichen Darstellungsmodi mit der Methode des Eye-Tracking untersucht und erste Tendenzen bezüglich einer Mustererkennung zusammengetragen. Die Arbeit wurde im Rahmen des Projektes „DoProfil“ (Dortmunder Profil für inklusionsorientierte Lehrer/innenbildung) der Technischen Universität Dortmund mit dem Schwerpunkt „psycholinguistische Grundlagen der Inklusion“ angefertigt. Das noch relativ junge Projekt „Psycholinguistische Untersuchung von Hochbegabung in Mathematik und Sprache“ stellt dabei eine Kooperation zwischen der Mathematikdidaktik und der empirischen und experimentellen Linguistik, genauer der Psycholinguistik, dar. In der vorliegenden Studie, die als Pilotierung betrachtet werden muss, kommen allerdings zunächst Aufgaben in bildlicher, numerischer und algebraisch-symbolischer Darstellungsform zum Einsatz; verbale Repräsentationsmodi treten zu diesem Zeitpunkt noch in den Hintergrund. Trotzdem wird die Rolle der verbalen Sprache in der Mathematik theoretisch aufbereitet, da deren Erforschung in diesem Projekt zukünftig ebenso im Zentrum steht.

Es soll im Folgenden also verdeutlicht werden, dass Sprache die Basis allen Lernens und in diesem Kontext auch des mathematischen Lernens ist. Hochbegabte und hochleistende Jugendliche verfügen über tragfähige mathematische Konzepte und Grundvorstellungen, das heißt, sie sind fähig, mathematische Prozesse und Operationen in Problemsituationen adäquat anzuwenden. Sprach- und Lesefähigkeiten tragen einen wesentlichen Anteil zur Ausbildung dieser Konzepte bei und helfen dabei, Zugänge zu mathematischen Inhalten zu finden. Herauszufinden, wie Begabte (lese-)strategisch bei der erfolgreichen Lösung mathematischer Aufgaben vorgehen und welches visuelle Verhalten charakteristisch für sie ist, kann dann im besten Fall zur Förderung schwach- und auch normalbegabter Lernender beitragen und die Möglichkeiten zur Teilhabe aller verbessern. Auch entsprechende Aufgabenformate, die einer heterogenen Lerngruppe gerecht werden, könnten mit Hilfe der Ergebnisse erstellt werden. Dies stellt ein langfristiges Ziel des genannten Projektes dar, zu dem die vorliegende Arbeit einen ersten Ansatz darstellen soll.

Zunächst wird in dieser Arbeit geklärt, was unter Hochbegabung zu verstehen ist, um die hier erforschte Personengruppe in ihrer Besonderheit besser einschätzen zu können. Hierzu werden der Kompetenzbegriff im Sinne eines Potenzials für Hochleistungen erörtert und anschließend drei ausgewählte mehrdimensionale Hochbegabungsmodelle vorgestellt. Der Stellenwert der Intelligenz in Hochbegabungsmodellen wird außerdem kurz angeschnitten.

Darauf folgt eine Beschreibung des Wesens der mathematischen Hochbegabung, indem die Spezifik des mathematischen Tätigseins und die Besonderheiten mathematischen Denkens herausgearbeitet werden. Ein theoretisches Modell zur Auffassung mathematischer Begabung als hohe individuelle Leistungspotenz für mathematisches Tätigsein soll dazu dienen, das Herausgearbeitete zu präzisieren und zusammenzufassen. Da für die in der Studie verwendeten Aufgaben kognitive Prozesse wie Strukturierungskompetenzen und Modalitätswechsel von Bedeutung sind, werden im Anschluss einige Forschungsergebnisse zu diesen Kompetenzen dargelegt. Nachfolgend werden dann das Wesen der mathematischen Sprache und Symbolik sowie der bereits erforschte Zusammenhang zwischen mathematischen und sprachlichen Kompetenzen anhand der Darstellung einer großen Studie von Prediger et al. (2015) herausgearbeitet. In dem erstellten theoretischen Teil der Arbeit wird abschließend das eigene Forschungsvorhaben eingebettet, um dann zum empirischen Teil überzugehen. Hierzu wird die Methodik des Eye-Tracking vorgestellt und die aus der Pilotierung hervorgegangenen ersten Ergebnisse qualitativ-deskriptiv ausgewertet, sowie erste Tendenzen basierend auf einer quantitativ-deskriptiven Grundlage und einfachen statistischen Auswertungen festgehalten. Die Arbeit schließt mit einem Ausblick zum weiteren möglichen und wünschenswerten Projektverlauf und einem ersten Fazit.

(Es sei darauf hingewiesen, dass im Folgenden die Begriffe „Hochbegabung“ und „Begabung“ synonym verwendet werden.)

2. Theoretischer Teil

2.1 Was ist Hochbegabung?

Für den Begriff „Hochbegabung“ gibt es keine einheitliche und verbindliche Definition. Vielmehr steht eine Vielzahl unterschiedlicher Definitionen nebeneinander; Feger und Prado (1998, S.29) verweisen sogar auf mehr als 100 unterschiedliche Definitionen. Der Terminus wird uneinheitlich, unpräzise und oftmals synonym zu anderen Begriffen wie Talent, Begabung, Leistungsstärke, Kreativität, Fähigkeit oder Intelligenz gebraucht (vgl. Fuchs, 2006; vgl. Lack, 2009; vgl. Behrensen & Solzbacher, 2016). Dass es keine allgemein anerkannte Definition von Hochbegabung gibt, spiegelt verschiedene Positionen und Annahmen zur Entstehung und Entwicklung von Begabung wider. Als hochbegabt können z.B. Menschen gelten, die hervorragende Leistungen erbracht haben (Ex-post-facto-Definition/ Performanzdefinition), oder eine Hochbegabung kann denjenigen zugeschrieben werden, die einen bestimmten Grenzwert der Intelligenz, meistens einen IQ von 130 (Wechsler-Skala: zwei Standardabweichungen über dem Mittelwert), überschreiten (IQ-Definitionen) (vgl. Holling & Kanning, 1999, S.5). Hochbegabung stellt sich daher als ein Konstrukt dar, das von Wissenschaftlern/innen erschaffen wurde, um Erklärungen für außergewöhnliche Leistungsexzellenz zu finden (vgl. Preckel & Vock, 2013). Daher leuchtet es ein, dass Indikatoren, die auf eine Hochbegabung hinweisen, stets in einen gesellschaftlich-kulturellen Kontext eingebettet sind. Deutlich wird dies durch den zusammengestellten Kriterienkatalog zur Beurteilung von Hochbegabung durch den amerikanischen Psychologen Sternberg (1993). Sternberg befragte Laien zu ihren Vorstellungen über Hochbegabung und außergewöhnlichen Leistungen und versuchte somit ihr implizites Wissen über dieses Konstrukt greifbar zu machen. Resultat ist seine „pentagonal implicit theory of giftedness“; von der Hochbegabung eines Menschen wird nach dieser Theorie ausgegangen, wenn folgende Kriterien erfüllt sind:

1. <u>Exzellenz:</u> im Vergleich zu anderen Menschen derselben Altersgruppe sind die Leistungen einer Person in einem oder mehreren Bereichen überragend.
2. <u>Seltenheit</u>: eine Person wird nur dann als hochbegabt bezeichnet, wenn die gezeigte Leistungsexzellenz einen Seltenheitswert trägt.

3. Produktivität: die Begabung wird sich in der Regel in Handlungen niederschlagen und zu Produktivität führen.
4. Beweisbarkeit: die besondere Leistungsstärke muss nachweisbar sein. Hierzu werden gültige Prüfverfahren wie Leistungstests genutzt.
5. Wert: einer Person wird erst dann eine Hochbegabung zugeschrieben, wenn sie außergewöhnliche Leistungen in einem von der Gesellschaft und Kultur wertgeschätzten Bereich zeigt.

Die Theorie gilt als Beispiel für eine bereichsunspezifische Definition, da die erbrachte Leistung, egal auf welchem Gebiet, in Relation zu einer geeigneten Bezugsgruppe die beschriebenen Kriterien erfüllen muss. Erst dann wird eine Person von der Gesellschaft als hochbegabt anerkannt (vgl. Holling & Kanning, 1999, S.6).

2.1.1 Performanz vs. Kompetenz

Der Begabungsbegriff wird in Literatur und Forschung weiterhin folgendermaßen differenziert (vgl. Rost, Sparfeldt & Schilling, 2006):

➔ Statische vs. dynamische Begabung: die Begabung ist eher angeboren und erblich bedingt (biologistische Ansätze) oder durch die kulturelle und soziale Umwelt vermittelt (environistische Ansätze).

➔ Intellektuelle vs. nicht-intellektuelle Begabung: unter ersteres fällt z.B. das Denkvermögen (im Angloamerikanischen: „gift“); unter eine nicht-intellektuelle Begabung wäre z.B. die musische oder handwerklich-manuelle Begabung (im Angloamerikanischen: „talent“) zu zählen.

➔ Allgemeine vs. spezielle Begabung: unter einer allgemeinen Begabung wird eine hohe Ausprägung des Spearman’schen Generalfaktors verstanden, der sich z.B. durch einen hohen IQ ausdrückt (s. Kapitel 2.1.3).

➔ Konvergentes vs. divergentes Denken: intellektuelles, schlussfolgerndes, urteilendes Denken steht gegenüber von kreativem, flüssigem, flexiblem und originellen Denken (vgl. Preckel & Vock, 2013, S.39).

➔ Performanz vs. Kompetenz (s.u.)

Diese Komponenten stellen jeweils Extrempositionen dar, es werden daher teilweise auch Mittelwege und eine Vereinbarung der konträren Ansichten von Wissenschaftlern/innen angestrebt. Käpnick (1998, vgl. S.47) schließt sich z.B. dem Zweifaktorenmodell an, das die Begabungsentwicklung als ein Resultat von Erbanlagen und Umwelt deklariert; biologische Ansätze werden mit denen der sozialen Umwelt verbunden.

In Bezug auf den letztgenannten Punkt der Auflistung lässt sich sagen, dass Modellvorstellungen über Hochbegabung entweder auf Performanz- oder auf Kompetenzdefinitionen basieren können (Preckel &Vock, 2013, S.19). Performanz meint hierbei eine bereits entwickelte und gezeigte Leistungsexzellenz, während mit Kompetenz das Potenzial oder die Anlage zu einer besonderen Leistung bezeichnet wird. Dieses Potenzial kann z.B. über Fähigkeitstests (im intellektuellen Bereich durch Intelligenztests), Verhaltensbeobachtungen oder Befragungen erschlossen werden. Hochbegabung wird hier also als eine Disposition betrachtet, die sich in Verhalten manifestieren kann, dies aber nicht zwangsläufig tut (vgl. Holling & Kanning, 1999, S.6 f.). Ausschlaggebend für die Realisierung von Begabung sind dabei neben biologischen auch Umwelt- und Persönlichkeitsfaktoren (Zweifaktorenmodell). Sparfeldt und Rost (2012) unterscheiden in diesem Sinne Hochbegabung von Hochleistung; die Begriffe sind somit nicht synonym zu gebrauchen:

> Während sich „Hochbegabung“ auf ein nicht direkt beobachtbares Potenzial zu hoher Leistung bezieht (latente Variable im Sinne einer Kompetenz), bezeichnet „Hochleistung“ ein beobachtbares, auf eine entsprechende Performanz bezogenes Phänomen (nämlich hohe Leistung; manifeste Variable), welchem eine Hochbegabung zugrunde liegen kann, aber nicht muss (S.170).

Auch Preckel und Baudson (2013) schließen sich dieser Betrachtungsweise an: nach ihnen kann Hochbegabung als ein extrem hoch ausgeprägtes leistungsbezogenes *Potenzial* verstanden werden. Diese Definition soll auch für die vorliegende Arbeit gelten.

2.1.2 Ausgewählte mehrdimensionale Hochbegabungsmodelle

Um das Konstrukt Hochbegabung schärfer umreißen und Forschungsbemühungen sowie daraus hervorgegangene Erkenntnisse einordnen zu können, ist es nötig, verschiedene Modelle zu diesem Terminus und deren zugrundeliegende Theorien und Begriffsabgrenzungen zu betrachten. Es lassen sich dabei eindimensionale von mehrdimensionalen Modellen unterscheiden (vgl. Preckel & Vock, 2013, S.20 ff.). Eindimensionale Definitionen setzen Hochbegabung mit einer hohen, intellektuellen Intelligenz gleich. Die bereits erwähnte IQ-Definition fällt unter diese Kategorie und wird daher häufig auch als psychometrische Definition von Hochbegabung betitelt. Wechselwirkungen mit der Umwelt, Begabungs-*Entwicklung* und die Bedingungen für eine Umsetzung von Begabung in Leistung werden hiermit nicht erklärt. Es wird außerdem vielfach kritisiert, dass Hochbegabung auf den kognitiven Bereich reduziert würde. Daher werden im Folgenden nur ausgewählte, mehrdimensionale Begabungsmodelle vorgestellt, um die Perspektive auf Hochbegabung zu erweitern. Anlage und Umwelt werden hiermit gleichermaßen betrachtet.

2.1.2.1 Hochbegabungsmodelle von Renzulli und Mönks

Erstmalig in der Forschung unternahm Joseph Renzulli 1978 den Versuch, den Begabungsbegriff um intrapersonale, begabungsstützende Merkmale zu erweitern, und nahm mit seinem „Drei-Ring-Modell der Begabung“ eine dynamischere und entwicklungsorientierte Sichtweise ein (vgl. Preckel & Vock, 2013, S.21 f.):

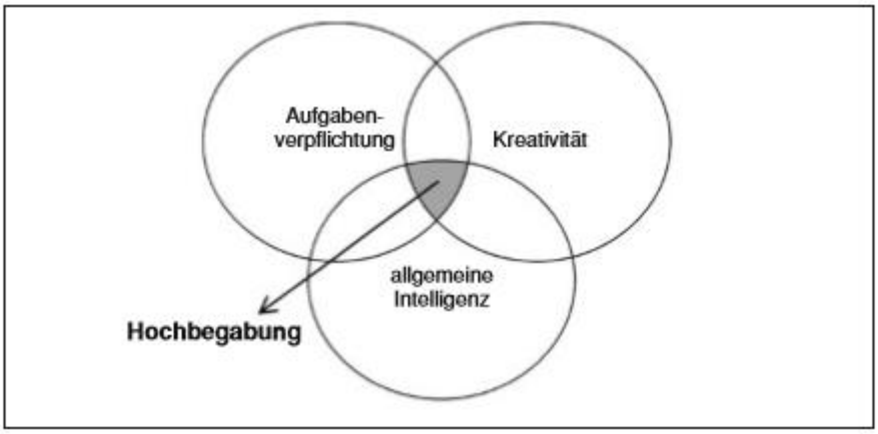


Abb. 1: „Drei-Ring-Modell“ von Renzulli (1978)

Nach diesem Modell kann hochbegabtes Verhalten nur entwickelt werden, wenn die Merkmale Aufgabenverpflichtung, Kreativität und intellektuelle Fähigkeiten (allgemeine Intelligenz und spezielle Fähigkeiten) überdurchschnittlich ausgeprägt sind; alle drei Komponenten stehen dabei gleichberechtigt nebeneinander und verhalten sich additiv zueinander. Mit Aufgabenverpflichtung ist Ausdauer, Motivation und Selbstregulation gemeint, während der Begriff Kreativität in diesem Zusammenhang auf ein selbstständiges, originelles, flexibles und produktives Verhalten, das von Neugier, Abenteuerlust und Risikobereitschaft im Denken geprägt ist, abzielt (vgl. Lack, 2009, S.42 f.). Kreatives Denken wird häufig mit divergentem Denken gleichgesetzt. Divergent zu denken bedeutet, möglichst viele Ideen zu einem Sachverhalt zu entwickeln sowie zahlreiche Lösungsansätze für ein Problem aufzufinden (vgl. Feger, 1988).

Positiv bei diesem Modell hervorzuheben ist, dass es erstmals Ansatzpunkte für Interventionen und Förderung bietet und den Begriff Hochbegabung mehrperspektivisch angeht; negativ zu bewerten ist die Tatsache einer unzureichenden empirischen Grundlage, sowie die Unklarheit der Begrifflichkeiten und der Interaktion der unterschiedlichen Komponenten miteinander. Außerdem wird Begabung nicht klar von Leistung abgegrenzt, was zur Folge hat, dass Underachiever (Personen, die ihr Begabungspotenzial nicht ausschöpfen und in Leistung umsetzen können, vgl. Berlinger, 2015, S.44) nicht als hochbegabt identifiziert werden können. Ebenso wird die Umwelt nicht als konkrete Einflussgröße hervorgehoben. Die Menge der Menschen, die in allen drei Komponenten eine hohe Ausprägung zeigt, ist hierdurch verschwindend gering (vgl. Rost, Sparfeldt & Schilling, 2006, S.192 f.).

Mönks hat 1992 somit Renzullis Modell um Umweltfaktoren erweitert, um der genannten Kritik am „Drei-Ring-Modell der Begabung“ z.T. Rechnung zu tragen.

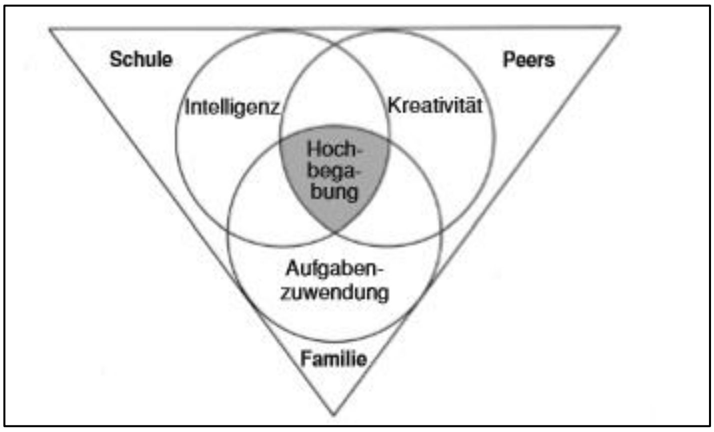


Abb. 2: „Triadisches Interdependenzmodell der Hochbegabung“ von Mönks (1992)

Hochbegabung kann sich demnach nur in einer günstigen Lernumwelt, die von der Familie, der Schule und Peers mitgestaltet wird, ausprägen. Der soziale Status und die Bindung zur Familie, die schulische Situation und der Kontakt zu Gleichaltrigen und Freunden bestimmen also im großen Maße mit, wie und ob sich eine Hochbegabung entwickelt (vgl. Mönks, 1992). Kritikpunkt ist hier, ebenfalls wie bei Renzulli, dass keine Unterscheidung zwischen Hochbegabung und Hochleistung getroffen wird. Vielmehr könnten beide Modelle ebenso Leistungsmodelle darstellen, da leistungsbestimmende und nicht begabungsbestimmende Elemente beschrieben werden. In diesem Sinne liegt eine Hochbegabung erst dann vor, wenn besondere Leistungen und auffallende Verhaltensweisen gezeigt werden (vgl. Mönks, 1992, S.19). Mönks spezifiziert eine überdurchschnittlich ausgeprägte Intelligenz sogar eindimensional mit einem IQ von 130 oder höher (vgl. Holling & Kanning, 1999, S.11). Insgesamt lässt sich trotz aller

Kritik sagen, dass sowohl Renzullis als auch Mönks Modell richtungsweisend für weitere Modellentwicklungen und eine mehrdimensionale Betrachtung von Hochbegabung waren und somit erwähnenswert bleiben.

2.1.2.2 Das differenzierte Begabungs- und Talentmodelle von Gagné

Der kanadische Entwicklungspsychologe Gagné (2000) kritisiert an den vorangegangenen Modellen die fehlende Differenzierung zwischen Kompetenz/Potenzial und Performanz/Leistung und unterscheidet daher in seinem eigens konzipierten Modell angeborene Begabungen in verschiedenen Bereichen von entwickelten Talenten in bestimmten Gebieten. Begabung kann durch systematisches Lernen, intensives Trainieren und Üben in Leistungsexzellenz überführt werden und bedarf der Stimulation und Förderung (vgl. Preckel & Vock, 2013, S.23). Ausgegangen wird dabei von einer Vielfalt von Begabungen (z.B. intellektuell oder kreativ) und diversen Gebieten, in denen sich diese angeborenen Fähigkeiten in Leistungen manifestieren können (z.B. in den Künsten oder im Sport).

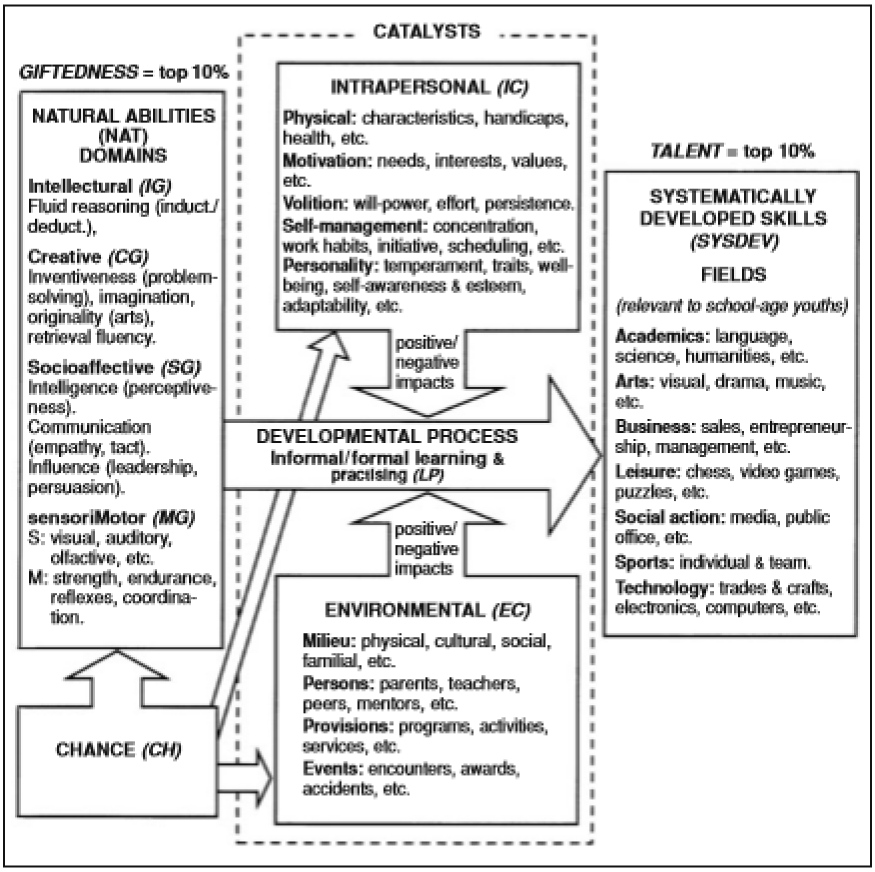


Abb. 3: „Differenziertes Begabungs- und Talentmodell" von Gagné (2000)

Ob Begabung in Talent umgesetzt und das jeweilige Talent als Leistungsprodukt für die Umwelt sichtbar werden kann, hängt von Katalysatoren ab, die leistungsfördernd oder leistungshemmend wirken können (vgl. Bardy, 2007, S.21). Dazu zählen intrapersonale Katalysatoren wie Motivation und Selbstvertrauen und Umwelt-Katalysatoren wie der Einfluss von Personen und zufälligen Ereignissen. Die richtige Person zur richtigen Zeit zu treffen, kann z.B. ausschlaggebend für die vertiefende Beschäftigung mit einem bestimmten Bereich sein. Die einzelnen Komponenten verhalten sich dabei interaktiv zueinander; Gagné wertet sein Modell außerdem als erweiterbar und erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit.

Der Hochbegabungsbegriff hat sich mittlerweile zu einem sehr weitläufigen, interdisziplinären Begriffskomplex entwickelt. Auf die verständnisbereichernden Aspekte aus dem Feld der Soziologie, der Biologie und den Neurowissenschaften oder auf Erkenntnisse zu den Themen Emotion, Intuition oder Bewusstsein/Unbewusstsein kann allerdings aus Platzgründen nicht näher eingegangen werden (vgl. hierzu z.B. Benölken, 2011; Berlinger, 2015).

2.1.3 Die Rolle der Intelligenz in Hochbegabungsmodellen

> Intelligenz ist die zusammengesetzte oder globale Fähigkeit des Individuums, zweckvoll zu handeln, vernünftig zu denken und sich mit seiner Umgebung wirkungsvoll auseinanderzusetzen (Wechlser, 1944, S.3).

Die Begriffe „Begabung“ und „Intelligenz“ werden häufig synonym verwendet und werden konzeptuell kaum präzise voneinander getrennt. Eindimensionale Definitionen von intellektueller Hochbegabung legen diese als eine hohe Ausprägung der allgemeinen Intelligenz fest (vgl. Rost, Sparfeldt & Schilling, 2006). Um diese Verwischungen zu beseitigen, schlägt Käpnick (vgl. 1998, S.46) vor, den Begriff „Begabung“ auf eine spezifische Tätigkeit oder einen Tätigkeitskomplex zu beziehen; bei einer Begabung liegt dann eine hohe Leistungspotenz in einem speziellen Tätigkeitgebiet (wie Musik oder Mathematik) vor. Auch Behrensen und Solzbacher (2016) schließen sich dieser Ansicht an:

> Wo Begabung und Intelligenz unterschieden werden, gilt Intelligenz in der Regel als relativ unspezifisch oder stärker auf den Intellekt bezogene Fähigkeit und Begabung gilt das gegenstandsbezogen und nicht auf den Intellekt begrenzt (S.27).

Intelligenztests dienen heutzutage sehr häufig der Diagnose einer besonderen (mathematischen) Begabung und zeichnen sich durch ihre hohe Reliabilität, Validität und Objektivität aus. Sie sind vielfältig und effizient anwendbar und gewähren durch ihre

Normierung eine Vergleichbarkeit von Leistungen (vgl. Fuchs, 2006, S.38). Daher ist für das Verständnis von Hochbegabung ein Verständnis von Intelligenz von Nöten. Auf eine allzu detaillierte Ausarbeitung wird an dieser Stelle verzichtet. Stattdessen soll zum Zwecke dieser Arbeit ausreichen, einen groben Überblick zu schaffen:

Preckel und Vock (2013) unterscheiden zwei relevante Forschungsrichtungen, die sich mit Intelligenz auf unterschiedliche Weise und mit unterschiedlichen Erkenntnisabsichten auseinandersetzen: die differentielle Psychologie, die psychometrisch und statusdiagnostisch vorgeht und die Struktur der Intelligenz erkunden will, sowie die Kognitionspsychologie, die sich für Denkprozesse und die menschliche Informationsverarbeitung interessiert und dazu prozessanalytische Methoden nutzt (vgl. S.28; ebenso Heller, 2001, S.23). Die vielfach eingesetzten Intelligenztests haben ihren Ursprung in der differentiellen Psychologie, die zahlreiche Modelle und Theorien wie z.B. die Zwei-Faktoren-Theorie von Spearman oder die Theorie der sieben Primärfähigkeiten von Thurstone hervorgebracht hat.

Käpnick (1998) identifiziert nach der Analyse dieser Modelle folgende „Grundfaktoren“ der Intelligenz, die jeweils eine unterschiedliche Akzentuierung in den Intelligenztheorien finden:

- Schnelles Erfassen von Sachverhalten,
- Fähigkeiten im Klassifizieren, im Abstrahieren, im Strukturieren und im logischen Schließen,
- Sprachverständnis,
- Gedächtnisfähigkeit,
- räumliches Vorstellungsvermögen oder
- formale Rechenfähigkeiten (S.66).

Diese identifizierten Grundfaktoren der allgemeinen Intelligenz bilden dabei die Basis für eine spezielle Struktur mathematischer Fähigkeiten. Folgt man Käpnicks oben genannten Rat und bezieht den Begabungsbegriff auf eine spezifische Tätigkeit, lassen sich spezifische Kompetenzen feststellen, zu denen nach Wendel (1993) im Falle der Mathematik folgende Einzelkomponenten gehören:

> Rechengewandtheit, Raumvorstellung, Auffassungsschnelligkeit, Gedächtnis, schlussfolgerndes Denken, Abstraktionsfähigkeit, induktives bzw. zahlengebundenes Denken, Sprachbeherrschung und Wortflüssigkeit, mathematisches Wissen und Fertigkeiten, Fähigkeiten im Umstrukturieren, Verallgemeinern, Systematisieren, Kombinieren, […] (S.60).

Diese Komponenten werden in den nachfolgenden Kapiteln teilweise aufgegriffen und weiter spezifiziert.

Kognitionspsychologische Ansätze legen einen anderen Forschungsschwerpunkt als psychometrische Ansätze und fokussieren die Kognitionen des Menschen. Sie nehmen die Organisation von Wissensstrukturen und alle internen, konstruktiven Denkprozesse bei der Aufnahme, Verarbeitung und Speicherung von Informationen in den Blick. In Bezug auf Begabung sind dabei besonders qualitative Unterschiede in den Denkprozessen beim Problemlösen im Vergleich zwischen normal- und hochbegabten Menschen von Bedeutung (vgl. Berlinger, 2015, S.49). Konkrete Gegenstände der Untersuchungen sind somit z.B. die Geschwindigkeit der mentalen Verarbeitung, die Aufmerksamkeitskapazität und die mit der Aufmerksamkeit aktivierten kognitiven Ressourcen für die Informationsverarbeitung, die Arbeitsgedächtniskapazität oder der Zugriff auf Inhalte des Kurzzeit- und Langzeitgedächtnisses. Diese Ansätze leisten somit eine kognitive Fundierung von Intelligenz (vgl. Schweizer, 2006, S.7 f.) und sind den Arbeitsweisen und Betrachtungsperspektiven der hier relevanten Psycholinguistik, die sich auf die Wissensstrukturen im sprachlichen Bereich fokussiert, z.T. sehr ähnlich.

Diese Grundlagen zur Intelligenz bei der Untersuchung von Begabungen sollen hier ausreichen, um den weiteren Ausführungen besser folgen zu können. Ob ein hohes mathematisches Leistungspotenzial nun der Ausdruck einer hohen allgemeinen oder einer spezifischen Begabung ist, kann und soll an dieser Stelle nicht beantwortet werden. Vielmehr ist nun von Interesse, wodurch sich das mathematische Tätigsein und Denken im Besonderen auszeichnet.

2.2 Mathematische Hochbegabung

2.2.1 Die Spezifik des mathematischen Tätigseins und die Besonderheiten mathematischen Denkens

Es existiert kein allgemeingültiges Verständnis von Mathematik (vgl. Lack, 2009, S.72). Klipatricks Ausführungen zu „Mathematical Proficiency“ (2006), Käpnicks Definition des Wesens des mathematischen Tätigseins (1998) sowie die Darstellung der Grunderfahrungen im Mathematikunterricht nach Heinrich Winter (1996) sollen dennoch helfen, die Spezifik des mathematischen Handelns deutlicher zu machen, um dann die Besonderheiten mathematischen Denkens herauszustellen und die mit diesem Handeln verbundenen Kompetenzen, die mathematisch Hochbegabte besonders gut beherrschen, einordnen zu können.

Auf der Basis ausführlicher Analysen der Mathematik, der Auseinandersetzung mit der kognitionspsychologischen Forschung und auf der Grundlage seiner Erfahrung als Mathematik-Lerner und Lehrer erstellte Klipatrick (2006, S.115 f.) eine Liste von fünf Fähigkeiten, die entwickelt werden müssen, um eine „Mathematical proficiency“ zu erlangen:

- Conceptual understanding – comprehension of mathematical concepts, operations and relations
- Procedural fluency – skill in carrying out procedures flexibly, accuratley, efficiently and appropriatly
- Stragetic competence – ability to formulate, represent and solve mathematical problems
- Adaptive reasoning – capacity for logical thought, reflection, explanation and justification
- Productive disposition – habitual inclination to see mathematics as sensible, useful and worthwhile: coupled with a belief in diligence and one’s own efficacy.

Es geht also im Groben darum, mathematische Konzepte und Beziehungen (zum relativen Charakter mathematischer Begriffe s. Kapitel 2.2.1) zu verstehen; Verfahren und Operationen flexibel, effizient und adäquat anwenden zu können; über Strategien beim Problemlösen und -darstellen zu verfügen; logisch zu denken und zu reflektieren; mathematische Erklärungen und Beweise für (lebensweltliche) Sachverhalte zu finden; sich der Mathematik zuzuwenden, ihre Nützlichkeit zu sehen und sich selbst beim mathematischen Tätigsein als wirksam zu erleben. Laut Klipatrick stehen diese Fähigkeiten in Interaktion zueinander und entwickeln sich gemeinsam; sie repräsentieren verschiedene Aspekte von einem komplexen Ganzen, nämlich von der „mathematical proficiency“ (vgl. S.116)

Käpnick (1998, S.53 ff.) hat eine sehr ähnliche Auffassung und findet für das mathematische Tätigsein folgenden Definition:

> Zu den wesentlichen mathematischen Tätigkeiten gehören das Suchen und Bestimmen von Problemen, das Bearbeiten von Einzelproblemen wie auch von komplexen Problemfeldern, weiter das systematische Darstellen von Lösungen, das Strukturieren von Aufgabengruppen oder Lösungsverfahren bis hin zum Aufstellen mathematischer Theorien und schließlich das Entwickeln vielfältiger Anwendungsmöglichkeiten mathematischer Erkenntnisse (1998, S.64).

Im Fokus stehen beim ihm also Problemlösungsprozesse, Strukturierungsfähigkeiten und eine besondere Kreativität im Umgang mit der und in der Entwicklung von Mathematik. Außerdem spricht Käpnick von einer besonderen Sensibilität für mathematische Zusammenhänge und einem darauf basierenden Hervorbringen origineller Ideen (vgl. 1998, S.57 f.), was der „productive disposition“ Klipatricks sehr ähnelt. Es geht darum, die Bedeutung der Mathematik für die Anwendung im Alltag und in der Umwelt anzuerkennen und ihr Potenzial zur Produktivität zu entdecken. Heinrich Winter (1996) deklariert die Mathematik als unentbehrlich für die Allgemeinbildung, da sie folgende drei vielfältig miteinander verknüpfte Grunderfahrungen ermöglicht: es geht darum,

1. Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen,
2. mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen,
3. in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinausgehen (heuristische Fähigkeiten), zu erwerben (S.35).

Winter hebt hervor, dass die Mathematisierung eines Phänomens die Alltagserfahrung und die Wahrnehmung erweitert und dass die mathematische Modellbildung zur Aufklärung führen kann, indem mit ihrer Hilfe z.B. die alltägliche Zinspolitik nachvollzogen werden kann (vgl. S.36). Das macht auf normativer Weise ihre Brauchbarkeit und Notwendigkeit für ein autonomes Leben in der Gesellschaft deutlich. Ebenso wie die bereits erwähnten Autoren betont Winter außerdem die Entwicklung von Problemlösefähigkeiten, Strategien und mentalen Techniken (Heuristiken), die auch in anderen Bereichen des Lebens eine Relevanz tragen. Besonders herauszustellen im Vergleich zu Klipatrick und Käpnick ist hingegen die mit der Mathematik verbundene Fähigkeit zur Abstraktion, die in der zweiten Grunderfahrung erläutert wird. Es geht darum, die innere Welt der Mathematik mit ihren Eigenarten zu verstehen und mit Hilfe der Strenge ihrer Wissenschaft „den Gebrauch des Verstandes zu trainieren“ (S.38). Der Umgang mit Gesetzhaftem kann erlernt werden, indem z.B. der Gebrauch von Variablen, Termen, Formen und Gleichungen trainiert wird. Sprache und Symbolik werden explizit erwähnt, was für die vorliegende Arbeit besonders von Bedeutung ist. Dieser Punkt wird in Kapitel 2.3 wieder aufgegriffen und trägt für die vorliegende Studie eine hohe Relevanz.

Was charakterisiert nun die Besonderheiten im mathematischen Denken? Der russische Psychologe V.A. Krutetskii (1976) hat zum Verständnis der Natur und Struktur mathematischer Fähigkeiten im kognitiven Bereich einen wesentlichen Beitrag geleistet. Seine Untersuchungsergebnisse finden unter Mathematikdidaktikern und Psychologen bis heute eine große Akzeptanz, da seine Theorien in vielen nachfolgenden Untersuchungen bestätigt werden konnten (vgl. Ehrlich, 2013, S.50). Er untersuchte über 200 Kinder und Jugendliche im Alter von 6-17 Jahren in einem mehrjährigen Forschungsprogramm von 1955-1966. Anhand von Lehrerbefragungen wurden sie im Hinblick auf ihre Fähigkeiten in sehr fähige bis wenig fähige Schüler/innen gruppiert. Die Probanden/innen wurden beim Lösen eigens entwickelter Aufgaben in Einzelinterviews beim „lauten Denken“ beobachtet. Mathematische Fragestellungen und Probleme unterschiedlichster Bereiche sollten hierbei aktiv bearbeitet werden. Zur Auswertung wurden zahlreiche andere Methoden wie z.B. Befragungen des Umfeldes oder Protokolle hinzugezogen (vgl. Heinze, 2005, S.53 f.).

Die Struktur mathematischer Fähigkeiten setzt sich nach Krutetskii (1976, S.350 f.) nun folgendermaßen zusammen:

1. Gewinnen mathematischer Informationen
   - Die Fähigkeit zum formalisierten Wahrnehmen mathematischen Materials, zum Verstehen der formalen Struktur eines Problems
2. Verarbeiten mathematischer Information
   - Die Fähigkeit zum logischen Denken im Bereich quantitativer und räumlicher Beziehungen, Zahl- und Zeichensymbolik und die Fähigkeit zum Denken in mathematischen Symbolen
   - Die Fähigkeit zur schnellen und breiten Verallgemeinerung von mathematischen Objekten, Relationen und Operationen
   - Die Fähigkeit zur Verkürzung des Prozesses mathematischer Schlussfolgerungen; die Fähigkeit, in verkürzten Strukturen zu denken
   - Die Flexibilität der Denkprozesse im mathematischen Bereich
   - Das Streben nach Klarheit, Einfachheit, Ökonomie und Rationalität von Lösungen
   - Die Fähigkeit zum schnellen und freien Richtungswechsel der Gedankengänge (Reversibilität der mentalen Prozesse)
3. Behalten mathematischer Informationen
   - Mathematisches Gedächtnis (generalisiertes Erinnerungsvermögen für mathematische Beziehungen, typische Charakteristika, Argumentations- und Beweisschemata, Problemlösemethoden und Prinzipien des Problemlösens)
4. Allgemeine synthetische Komponente
   - Die mathematische Gesinnung (das Richten der Aufmerksamkeit auf die mathematischen Aspekte eines Phänomens).

Außerdem benennt Krutetskii weitere Fähigkeiten, die aber nicht zwingend bei mathematisch Begabten vorhanden sein müssen:

- hohe Geschwindigkeit der Denkprozesse,
- besondere Rechenfähigkeit,
- besonderes Gedächtnis für Symbole, Zahlen und Formeln,
- räumliches Vorstellungsvermögen,

- Fähigkeit zur Veranschaulichung abstrakter mathematischer Beziehungen (übersetzt und zitiert nach Lack, 2009, S.81 f.).

Deutlich wird vor allem durch die letztgenannten Eigenschaften, dass es eine Vielfalt an unterschiedlichen Begabungsausprägungen gibt. Nicht alle mathematisch Begabten zeichnen sich z.B. durch eine hohe Kopfrechenleistung aus; es existiert also eine hohe Heterogenität unter den fähigen Schülern/innen. Das Gewinnen und Verarbeiten von Informationen im Sinne Krutetskiis ist auch bei der vorliegenden Eye-Tracking-Studie von besonderer Bedeutung, da es um Wahrnehmungsmuster und Strukturerkennung bei der Problemerfassung und -bearbeitung geht. Nachfolgend sollen die gewonnenen Erkenntnisse zunächst in modulierter Weise in einem von Käpnick und Fuchs entwickelten Modell mathematischer Begabungsentwicklung (vgl. Fuchs, 2006) zusammengefasst werden.

2.2.2 Mathematische Begabung als individuelle Leistungspotenz für mathematisches Tätigsein

Das nachfolgende Modell einer mathematischen Begabungsentwicklung wurde von Käpnick und Fuchs (2006) zwar für das Grundschulalter konzipiert, allerdings wurde es in der Vergangenheit auch schon auf ein höheres Alter (5./6. Schuljahr) übertragen (vgl. Fritzlar et al., 2006, S.6). Da es viele Aspekte von Krutetskiis Klassifikationsschema in verfeinerter Weise aufgreift, ist davon auszugehen, dass wesentliche Merkmale auch auf die in dieser Arbeit erforschten Altersgruppe zutreffen können. Schnell & Prediger (2017, S.147 ff.) weisen darauf hin, dass eine mathematische Begabung im Hinblick auf unterschiedliche Facetten, die keineswegs gleichmäßig entwickelt sein müssen, betrachtet werden kann. Während Krutetskii vor allem die kognitive Facette fokussierte, haben zahlreiche andere Forscher (z.B. Käpnick, 1998) ebenso meta-kognitive, persönliche und affektive, kommunikative und linguistische sowie soziale Aspekte mathematisch Begabter untersucht. Das Modell von Käpnick und Fuchs wählt ebenso einen mehrdimensionalen Zugang zum Konstrukt der mathematischen Begabung und geht dabei vor allem von einer Begabungsentwicklung aus. Dem Modell wird also eine dynamische Betrachtungsweise zugrunde gelegt. So wird wie bei Gagné (s.o.) zwischen Kompetenz und Performanz unterschieden und es werden genetisch bedingte Dispositionen wie die Gehirnstruktur oder sprachliche und allgemeine kognitive Potenziale mit einbezogen. Fördernde/hemmende intrapersonale Katalysatoren und fördernde/hemmende Umweltkatalysatoren bestimmen mit, inwiefern eine Kompetenz entwickelt und in eine Performanz umgesetzt werden kann. Es werden begabungsstützende Persönlichkeitseigenschaften wie Neugier oder Konzentrationsfähigkeit aufgelistet, die dabei helfen, mathematikspezifische Begabungsmerkmale auszubilden. Diese Begabungsmerkmale entsprechen im Wesentlichen Krutetskiis Theorien und wurden 1998 von Käpnick im Rahmen seiner Untersuchungen von Kindern der 3. und 4. Klasse mit Hilfe eines halbstandardisierten Indikatoraufgabentests zu einem Merkmalsystem zusammenfasst. Das selbstständige Wechseln der Repräsentationsebenen (zur Erläuterung s. Kapitel 2.2.3.2 und 2.3.1.2) oder die bereits angesprochene mathematische Sensibilität und Fantasie bleiben bei dem russischen Psychologen jedoch unerwähnt. Allerdings muss hinsichtlich der beiden letztgenannten Punkten gesagt werden, dass sie nur schwer empirisch nachweisbar sind. So widmete sich Käpnick in mehreren Fallstudien dem Begabungsaspekt der mathematischen Sensibilität in Bezug auf die Komponenten Intuition (2010) und visuelle Vorstellungskompetenzen (2013) mathematisch begabter Kinder und musste feststellen, dass diese Phänomene aufgrund ihrer Flüchtigkeit, Spontaneität und diffusen Eigenschaft schwer zu verstehen und angemessen zu bewerten sind (vgl. Käpnick, 2010, S.89).

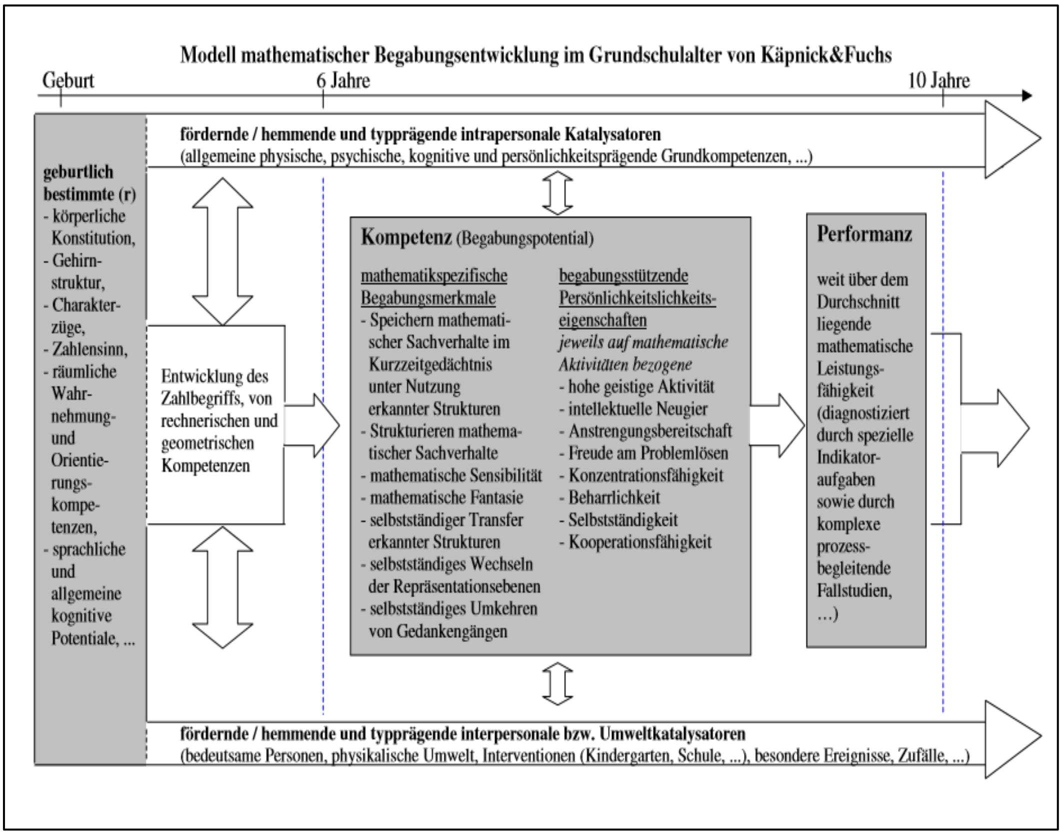


Abb. 4: „Modell mathematischer Begabungsentwicklung im Grundschulalter“ von Käpnick und Fuchs (2006)

Als eine mathematische Begabung bezeichnet Fuchs (2006) nun, „das Vorhandensein einer hohen individuellen Leistungspotenz für mathematisches Tätigsein, für deren Entstehung und Entwicklung die Wechselbeziehung zwischen vorhandenen Erbanlagen und Umwelteinflüssen ausschlaggebend ist“ (S.30) und findet damit eine knappe Beschreibung des aufgezeigten Modells.

Eine wertvolle Ergänzung und Perspektiverweiterung erhält die Definition Fuchs‘ allerdings durch folgende Ausführungen von Schnell & Prediger (2017):

> Only if the situation has a potential of becoming mathematically rich, then the student can show some potentials. And in longer-term perspectives: if the student experiences his or her mathematical potential in a mathematically rich learning situation, then the potential can become a stable characteristic of the student in the long run (S.146).

Diese Auffassung teilt auch Leikin (vgl. 2014, S.248): eine dynamische Sichtweise einer mathematischen Begabung setze voraus, dass die Begabung nur dann entwickelt werden könne, wenn der betroffenen Person angemessene Gelegenheiten zur Entwicklung geboten würden. Die angesprochenen Facetten eines Begabungspotenzials können demnach nur ihren Ausdruck finden, wenn die Situationen, in denen die Begabung gezeigt werden soll, auch das Potenzial haben, diese aufzudecken. Diese Ergänzung macht die pädagogische Verantwortung für die Entwicklung mathematischer Begabungen bei Kindern und Schülern/innen deutlich.

2.2.3 Kognitive Merkmale mathematisch Begabter – ausgewählte Forschungsergebnisse

Da in der vorliegenden Studie besonders Strukturierungs- und Verallgemeinerungskompetenzen sowie der Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungsmodalitäten der mathematischen Symbolsprache (Bilder bzw. Punktmuster, Zahlen, Terme/Formeln) ins Auge gefasst werden, bietet es sich an, einen kurzen Blick auf Forschungsergebnisse in diesem Bereich zu werfen.

2.2.3.1 Strukturierungs- und Verallgemeinerungskompetenzen

Die Mathematik gilt auch als Wissenschaft der Muster und Strukturen (vgl. Schoenfeld, 1992). Strukturierungskompetenzen gehören somit zu den wesentlichen Fähigkeiten, die notwendig sind, um erfolgreich mathematisch zu agieren. Mustererkennung und Strukturbildung stellen elementare kognitive Prozesse dar, die der Informationsverarbeitung dienen und die ebenso bei der Sprachverarbeitung zum Tragen kommen (z.B. das Konzept der Prototypen in der Semantik). Informationen werden bei der Musterbildung unter einem bestimmten Gesichtspunkt betrachtet, bewertet und dann in eine Ordnung überführt (vgl. Nolte, 2013, S.11). Die Herausforderung in der Mathematik ist, besonders abstrakte Muster unter Rückgriff auf eine abstrakte Symbolsprache zu erkennen und zu nutzen. Es sollen Gemeinsamkeiten und Unterschiede gefunden werden; Informationen müssen ähnlich wie in der Sprache in Begriffe und Oberbegriffe strukturiert werden. Kießwetter (1992) spricht von der Notwendigkeit einer Superzeichenbildung, bei der Informationen mit Hilfe eines erkannten Musters zu einer neuen Einheit zusammengefasst werden. Diese Superzeichen ermöglichen ein Arbeiten auf einer höheren kognitiven Ebene, reduzieren die Komplexität und entlasten damit das Arbeitsgedächtnis (S.17).

Schmelz (2003, vgl. Ehrlich, 2013, S.67 f.) fand heraus, dass mathematisch begabte Grundschulkinder durchweg bessere Strukturierungsleistungen auf der Wahrnehmungs-, Problemlöse- und Gedächtnisebene zeigen. Sie setzte für die Erforschung der Gedächtnisleistung zahlenfreies- und gebundenes sowie strukturiertes und unstrukturiertes Material ein; für die Untersuchung der Problemlösefähigkeiten verwendete sie zahlenfreie und zahlengebundene Ordnungsprobleme. Die Begabten zeigten in Reproduktionsleistungen und Lösungsfindungen zumeist mehr Erfolge, auch brauchten sie weniger Zeit und machten weniger Fehler; hierzu nutzten sie die erkannten Muster und Strukturen. Für die Wahrnehmungsebene stellte sich heraus, dass begabte Kinder bei der Mengenerfassung am Computer das sogenannte „Subtizing“ anwendeten: „Items“ wurden nicht gezählt, sondern zu einer Einheit zusammenfasst, der ein Zahlenbegriff zugeordnet wurde. Dies gilt als komplexitätsreduzierende Strukturierungsleistung auf der Wahrnehmungsebene.

Amit und Neria (2008, S.124 ff.) untersuchten außerdem die Verallgemeinerungsfähigkeiten von 130 11- bis 13-jährigen mathematisch begabten Jugendlichen in eigens entwickelten Aufgaben. Sie unterschieden dabei das Fortsetzen von Mustern bei Folgen von dem Angeben der übergeordneten Struktur. Eine *rekursiv-operativ-lokale* Strategie verhalf dabei, Muster in der Nähe (vorangegangene oder nachfolgende Figur/Zahl) und in der Ferne (z.B. zehnte Figur/Zahl) zu verallgemeinern, indem alle Folgeglieder einzeln berechnet wurden; die effektivere *funktional-konzeptionell-globale* Strategie führte hingegen zu einer tiefergehenden Analyse der Struktur und durch das Entdecken einer übergeordneten, meist formal-symbolischen Regeln konnte dann jedes beliebige Folgeglied berechnet werden. Alle Jugendlichen zeigten im Ergebnis der Studie die *operative*

Strategie; die *konzeptionelle* Strategie wurde nur von einigen Teilnehmenden gezeigt, und zwar von denjenigen, die das gesamte Aufgabenset erfolgreich meisterten. Dieser Aufgabentypus wurde u.a. auch in der vorliegenden Studie verwendet.

Folglich sind also Niveauunterschiede in der Anwendung von Mustern und Strukturen bei den Begabten zu finden; die Mustererkennung machen sich trotzdem alle in Mathematik besonders Leistungsfähigen zu Nutze. Dies bestätigt Krutetskiis und auch Käpnick und Fuchs‘ Annahmen. Inwiefern dies auch auf die vorliegende Stichprobe zutrifft, wird zu einem späteren Zeitpunkt erläutert.

2.2.3.2 Multimodalität und Doppelrepräsentation

Käpnick und Fuchs (2006, s.o.) stellten außerdem heraus, dass das selbstständige Wechseln zwischen Repräsentationsebenen zu den wesentlichen mathematischen Begabungsmerkmalen gehört. Auch Kießwetter (1985) listet in seinem Katalog komplexer mathematischer Denkleistungen das „Wechseln der Repräsentationsebene (vorhandene Muster/Gesetze in neuen Bereichen erkennen und verwenden)“ (S.302) auf. In der Mathematik lassen sich hierbei geometrisch-anschauliche von arithmetisch-algebraischen Darstellungsformen (vgl. Fritzlar & Heinrich, 2010, S.25) bzw. bildlich-anschauliche von begrifflichen Modalitätsstrategien (vgl. Krause, Seidel & Heinrich, 2004) unterscheiden. Prediger (2013) bezieht in ihrer Systematik auch explizit die (symbol-) sprachliche Ebene mit ein, indem sie zwischen verbalen, bildlichen/graphischen, symbolisch-numerischen und symbolisch-algebraischen Darstellungsebenen unterscheidet. Ebenso sieht Meyer (2017) die Sprache in mündlicher und schriftlicher Form als eine Möglichkeit der Darstellung mathematischer Beziehungen (vgl. S.39); auf die Rolle der Sprache in der Mathematik wird allerdings expliziter im nachfolgenden Kapitel eingegangen.

Neurowissenschaftliche Untersuchungsmethoden können nun Aufklärung leisten, inwiefern sich Normalbegabte in der Mathematik von Hochbegabten bezüglich des Modalitätswechsels unterscheiden. Krause, Seidel & Heinrich (2004) erforschten daher mittels der Methode des EEG genau diesen Zusammenhang. Sie boten hierzu 12 mathematisch hochbegabten und 13 normalbegabten Abiturienten (Auswahl durch Lehrerurteil) mathematische Problemaufgaben an, die sowohl durch die Anwendung bildlich-anschaulicher oder begrifflicher bzw. rechnerischer Strategien zur Lösung gebracht werden konnten (vgl. S.138 f.). Es zeigte sich, dass bei den Begabten

1. die frühere Aktivation einer bildlich-anschaulichen Modalitätsstrategie die Lösungszeit verkürzte,
2. in der ersten Sekunde nach dem Instruktionsverstehen eine Doppelaktivation der Hirnregionen für beide Modalitäten erfolgte, weswegen von einer Doppelrepräsentation gesprochen werden kann, und,
3. dass nach den ersten 10 Sekunden bei einigen Hochbegabten ein mehrfacher Modalitätswechsel festgestellt werden konnte (vgl. S.142 f.).

Die mathematisch begabten Abiturienten dieser Studie konnten mehr Probleme schneller lösen, was wahrscheinlich mit den genannten Ergebnissen der EEG-Untersuchungen zu erklären ist: Doppelrepräsentationen und das Wechseln der Modalitäten verhelfen ihnen zur Reduktion des kognitiven Aufwands und somit zu einem schnelleren mathematischen Agieren.

Prediger (2013) macht in ihren Ausführungen außerdem deutlich, dass die Vernetzung von Darstellungsformen den Aufbau von mathematischen Konzepten und das Verstehen fachlicher Begriffe und Beziehungen erheblich erleichtert (vgl. S.172, s. Kapitel 2.3.1.2). Im Umkehrschluss können mathematisch Erfolgreiche also eben diese von ihnen verstandenen Konzepte in unterschiedliche Repräsentationsformen übersetzen und die jeweiligen dadurch verfügbar gemachten Informationen und Betrachtungsebenen nutzen.

Die in diesem Kapitel beschriebenen Forschungsergebnisse sollen und können in der vorliegenden, vergleichsweise kleinen Studie nicht verifiziert werden, dennoch sollen sie ein wichtiges Hintergrundwissen darstellen und mögliche Interpretationen der Ergebnisse unterstützen.

2.3 Die Rolle der Sprache in der Mathematik

Es ist davon auszugehen, dass bei Menschen, die eine hohe mathematische Performanz in unterschiedlichen Problembereichen zeigen, eine Beherrschung mathematischer Konzepte, Begriffe, Operationen und Prinzipien vorliegt. Sprache als Lernmedium (vgl. Prediger, 2013) trägt ihren wesentlichen Teil zur Erfassung dieser Konzepte bei. Prediger und Wessel (2011) sind der Auffassung, dass ein verständnisorientierter Zugang zur Mathematik nur durch das Meistern der ineinandergreifenden sprachlichen und mathematischen Herausforderungen gelingen kann (vgl. S.180); dies soll im Folgenden expliziert werden.

In der Schule kommen zur Erfassung mathematischer Konzepte neben der Alltagssprache vor allem die nicht fachspezifische Bildungssprache im Sinne der „cognitive academic language proficiency“ (CALP, vgl. Cummins, 2000), aber auch die fachspezifischen sprachlichen Besonderheiten der Mathematik wie z.B. die Formel- oder Symbolsprache (vgl. Prediger, 2013) zum Tragen. Mathematische Inhalte werden in der Schule also überwiegend sprachlich mittels unterschiedlicher sprachlicher Register (Alltagssprache, Bildungssprache, Fachsprache inklusive Formelsprache) (vgl. Prediger, 2013, S.175) vermittelt. Die Bildungssprache ist dabei weniger Lerngegenstand als Lernmedium (vgl. Meyer & Prediger, 2012).

Der Sprache kommt dabei eine kommunikative und eine kognitive Funktion zu (vgl. Maier & Schweiger, 1999, S.17 f.): Die Kommunikation dient der Verständigung und dem gedanklichen Austausch über Mathematik, die kognitive Funktion der Sprache bezieht sich auf den Erkenntnisgewinn. Maier und Schweiger (1999, S.18) heben hervor, dass die für die Disziplin der Mathematik typische Verdichtung von Informationen zu Begriffen neue Einsichten ermöglicht. Die Mathematik behandelt nämlich keine konkreten physischen Phänomene, sondern setzt sich vielmehr mit abstrakten Klassen von Objekten, Beziehungen und Prozessen auseinander und untersucht ihre Eigenschaften und Anwendungsmöglichkeiten. Diese Klassen stellen allerdings gebildete Begriffe dar, denen eine konventionalisierte Bedeutung per Definition zugewiesen wird; die kognitive Funktion der Sprache stellt hier also ein wesentliches Werkzeug zum mathematischen Lernen, Denken und Handeln dar. Ein Austausch über das individuelle begriffliche Denken kann dann eine gegenseitige Anreicherung zur Folge haben und zur Strukturierung, Anpassung und Erweiterung des eigenen Wissens und des Wissens der Anderen beitragen; Kognition und Kommunikation gehen dabei Hand in Hand (vgl. Meyer & Tiedemann, 2017, S.42). Vygotsky (1964, S.303) geht sogar davon aus, dass die Sprache das mathematische Denken erst ermögliche: Die sprachliche Äußerung sei dabei nicht das Abbild eines fertigen Gedankens, der Gedanke strukturiere sich erst im Zuge der Sprachproduktion und vollziehe sich auf diese Weise. Meyer und Tiedemann (2017, S.43) unterstützen diesen Gedanken, indem sie die These aufstellen, dass die Mathematik als Wissenschaft der Muster und Strukturen die Sprache brauche, um ihre Gegenstände zu objektivieren. Das Nachdenken über mathematische Objekte, Beziehungen und Prozesse benötige die Sprache, um die abstrakten, nicht sinnlich erfahrbaren Inhalte festlegen und damit arbeiten zu können. Der Sprache kommt damit in der Mathematik eine entscheidende Bedeutung zu.

Da die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführte kleine empirische Untersuchung die Verarbeitung der mathematischen Symbolsprache durch mathematisch hochbegabte Jugendliche im Vergleich zu normalbegabten fokussiert, sollen im Folgenden also die Besonderheiten der mathematischen Sprache und Symbolik und prägnante Erkenntnisse zum Zusammenhang zwischen mathematischen und sprachlichen Kompetenzen anhand der Darstellung einer großen empirischen Untersuchung zu dieser Thematik erläutert werden, um dann das eigene Forschungsvorhaben einordnen zu können. Alle Ausführungen zur Bedeutung der verbalen Sprache in der Mathematik sind dabei als Ausblick zu interpretieren, da die Studie in Zukunft auch eine verbalsprachliche Anreicherung erfahren soll und die Untersuchung dahingehend ihren Fokus verschieben wird. Im Mittelpunkt dieser Untersuchung stehen arithmetische, geometrische und algebraische Darstellungsformen.

2.3.1 Das Wesen der mathematischen Sprache und Symbolik

2.3.1.1 Die unterschiedlichen Sprachebenen in der Mathematik

In der Mathematik kommen alle (für den Schulkontext relevanten) unterschiedlichen Register der verbalen Sprache zum Einsatz. Dabei ist zu beachten, dass die Übergänge von der Alltagssprache zur schulischen Bildungssprache und dann zur Fachsprache von einer graduell zunehmenden Dekontextualisierung, (grammatikalischer) Komplexität, Präzision und Verdichtung geprägt sind. Die Alltagssprache ist dabei von einer konzeptionellen Mündlichkeit, die Bildungs- und Fachsprache von einer konzeptionellen Schriftlichkeit geprägt (vgl. Meyer & Prediger, 2012, S.2). Die jeweilige Verwendung ist von der Kommunikationssituation und dem Gebrauchsfeld abhängig. Die Fachsprache behandelt dabei meist rein innermathematische Zusammenhänge ohne Bezug zur Außenwelt und zeichnet sich durch eine verbale, aber vor allem auch durch eine bildliche/graphische, symbolisch-numerische und symbolisch-algebraische Darstellungsebene aus (vgl. Prediger, 2013, S.174 f.).

Die mathematische Fachsprache und Symbolik weist einige Besonderheiten auf und zeichnet sich zu allererst durch ihre hohe begriffliche Präzision und Knappheit aus (vgl. Nolte, 2000, S.33). Die Mathematik verfolgt dabei im Wesentlichen das Anliegen, den Wahrheitsgehalt gegebener Aussagen zu untersuchen (vgl. Maier & Schweiger, 1999, S.21). Daher müssen mathematische Sätze und Texte aus Wörtern mit exakt definierter Bedeutung bestehen; eine Kenntnis möglichst aller Wörter ist also notwendig und Verstehensvoraussetzung (vgl. Meyer & Tiedemann, 2017, S.22). Diese Wörter werden mit Hilfe mathematischer Sätze definiert und damit zu mathematischen Fachbegriffen. Fachbegriffe bauen in der Mathematik aufeinander auf und bedingen sich wechselseitig. Das heißt, dass mathematische Begriffe, die mit Hilfe von Fachwörtern und den ihnen zugeschriebenen Bedeutungen definiert werden, wiederum gebraucht werden, um neue Begriffe einzuführen. Es entsteht ein „fachsprachliches Gebäude“ oder auch Begriffsnetz, das nicht nur Lernvoraussetzung ist, sondern gleichzeitig auch Lernhindernis sein kann, da seine Kenntnis unabdingbar für das mathematische Problemlösen und Argumentieren ist (vgl. Meyer & Tiedemann, 2017, S.45). Fachbegriffe können zusammenfassend als die „Bausteine mathematischer Gedankengänge“ (ebd. S.22) bezeichnet werden.

Erforderlich ist also ein „begriffliches Denken“ in Abgrenzung zum „anschaulichen und praktischen Denken“ (vgl. Aebli, 1988, S.234 f.), das Denkprozesse einschließt, die auf der Verknüpfung von sprachlichen Zeichen und der Entwicklung von Beziehungen basieren. Diese Sprachzeichen werden zunehmend verallgemeinert und die Bildung abstrakter, in diesem Fall mathematischer Konzepte, wird ermöglicht. Es geschieht eine Loslösung von jeglicher sensorischen Erfahrung und ein Agieren ist nur noch auf der Ebene der Sprache möglich. Das Herstellen von Beziehungen zwischen Sprachzeichen führt zur Bildung neuer Sprachzeichen und erinnert an die bereits erwähnte, für die Mathematik typische Superzeichenbildung nach Kießwetter (1992). Verallgemeinerungen und die im Zuge von Klassifizierungsprozessen entstehenden Verdichtungen sind also auch bei der Verwendung von Sprache im begrifflichen Denken von Bedeutung; dies stellt eine Gemeinsamkeit zur Mathematik dar und unterstreicht ebenso die wichtige Funktion der Sprache für die Mathematik.

Mathematische Begriffe zeichnen sich also in ihrem Wesen durch ihre Abstraktheit und auch durch ihre Relationalität aus: Sie beziehen sich nicht auf Objekte, sondern auf die Beziehungen zwischen diesen Objekten (vgl. Prediger, 2013, S.178).

Fachwörter stellen dabei insofern eine Lernherausforderung dar, als sie von Wörtern aus der Alltagssprache abgegrenzt werden müssen: Bestimmte Fachwörter existieren in der Alltagsprache z.B. nicht („Parallelogramm“), manche werden ähnlich („Gerade“) oder abweichend („Wurzel“) verwendet (vgl. Maier & Schweiger,1999, S.29 f.). Die mathematische Fachsprache zeichnet sich also durch eigene Fachbegriffe, aber auch durch spezifische Satzstrukturen und Textsorten wie Definitionen, Merksätze oder Textaufgaben aus. In mathematischen Sätzen und Texten werden z.B. viele Präpositionen, Quantifikativa und Konjunktoren zur Darstellung von Relationen wie z.B. Kausalbeziehungen oder Wenn-Dann-Beziehungen gebraucht; auch dies kann eine sprachliche Herausforderung darstellen (vgl. Meyer & Tiedemann, 2017, S.23 ff.).

Spezifisch für die Fachsprache der Mathematik ist außerdem der Einsatz von Konstanten, also Symbolen mit einer konstanten Bedeutung (z.B. das Plus- oder Wurzelzeichen), aber auch von Variablen, die vor allem in der Algebra ihren Einsatz finden (symbolisch-algebraische Darstellungsebene, s.o.). Letztere können als „Platzhalter“ (Maier & Schweiger, 1999, S.40) für eine Menge von Elementen ausgefasst werden und erfordern ein hohes Maß an Abstraktion und kognitiver Flexibilität. Algebraische Symbole stellen eine Strukturierungsleistung dar: sie verkürzen, präzisieren und verallgemeinern. Genau wie geometrische Figuren, die Visualisierungen von mathematischen Beziehungen darstellen, entlasten sie die Kognition und machen ein Arbeiten auf einer höheren Abstraktionsstufe möglich. Neben der Fachsprache kommt also auch der Symbolsprache eine entscheidende Bedeutung zu. „Die symbolische Darstellung ist am weitesten von konkreter sensorischer Erfahrung entfernt“ (Nolte, 2000, S.43) und ermöglicht eine „kalkülhafte Weiterverarbeitung“ (Prediger, 2013, S.175) von mathematischen Zusammenhängen. In der vorliegenden Studie findet diese für die Mathematik spezifische Sprache in besonderem Maße Anwendung.

2.3.1.2 Sprache und mathematische Grundvorstellungen

Mathematische Konzepte und Begriffe aufzubauen bedeutet, einen Zugang zu den hinter der Fach- und Symbolsprache liegenden inhaltlichen Vorstellungen oder auch Grundvorstellungen von einem mathematischen Gegenstand zu haben. Prediger (2009) versteht diese Grundvorstellungen als „Übersetzungsscharnier(e) zwischen Mathematik und Lebenswelt“ (S.9). Ein Mathematisieren und Interpretieren von lebensweltlichen Situationen oder einen mathematischen Sachverhalt lebensweltlich interpretieren zu können, erfordert gegenstandspezifische Wissenselemente, die für jedes Themengebiet extra gelernt werden müssen (vgl. ebd. S.10). Zu mathematischen Konzepten müssen allerdings mehrere Grundvorstellungen entwickelt werden, was eine große Herausforderung sein kann; so kann Subtrahieren z.B. als Ergänzen oder Wegnehmen verstanden werden. Prediger (2009) spricht daher von der Notwendigkeit, die lokale Bedeutung eines Konzepts aktivieren zu können, die zur Situationsstruktur passt (vgl. S.12). Ausgebildete Grundvorstellungen ermöglichen dann eine inhaltliche Interpretation mathematischer Konzepte und ermöglichen die Bildung adäquater Situationsmodelle für mathematische Problemstellungen; sie sind daher unabdingbar für ein erfolgreiches mathematisches Agieren.

Für eine adäquate Ausbildung dieser Grundvorstellungen ist es also notwendig, neben der Alltagssprache, die Wagenschein (1968) als „Sprache des Verstehens“ begreift, auch auf die Bildungssprache und auf die Fach- und Symbolsprache, nach Wagenschein die „Sprache des Verstandenen“ (S.102), zugreifen zu können. Die Alltagssprache kann hierbei als Ausgangsbasis verstanden werden, mit deren Hilfe unter anderem ein Zugang zur Bildungs- und Fachsprache erlangt werden kann. Letztere ermöglicht dann eine Kommunikation über strukturelle und quantifizierbare Zusammenhänge, was die wesentliche Tätigkeit in der Mathematik ausmacht (vgl. Prediger, 2013, S.175). Prediger und Wessel (2011) heben in ihrem Beitrag außerdem hervor, dass zum Verständnis mathematischer Konzepte neben den verbalen Registern auch nicht-verbale Darstellungsformen von mathematischen Zusammenhängen von großer Bedeutung sind. Erst in der Kombination der Darstellungsformen lassen sich mathematische Begriffe vollständig ausbilden (vgl. S.166). Zu diesen nicht-verbalen Darstellungsformen gehören die zum Teil bereits erwähnten gegenständlichen, bildlichen/graphischen, symbolisch-numerischen und symbolisch-algebraischen Register. Der Umgang mit und die bewusste Übersetzung zwischen ihnen ist für die Ausbildung fachlicher Zusammenhänge und Begriffe unabdingbar; eine Problemlösung kann nur durch eine Darstellungsvernetzung gelingen. Verbale Register und nicht-verbale Register können sich dabei wechselseitig unterstützen, da z.B. bildliche Darstellungen bei zu nehmende Hürden in der Bildungssprache entlasten können (vgl. ebd. S.167 f.). Die unterschiedlichen Darstellungsformen stellen somit unterschiedliche Betrachtungsweisen eines Inhaltes dar und heben unterschiedliche Facetten eines mathematischen Sachverhaltes hervor. Eine Darstellungsform zu wählen bedeutet, demnach auch bestimmte Aspekte in den Fokus zu nehmen. Dieses Vorgehen ist auch bei der vorliegenden Untersuchung von Bedeutung.

Die dargestellten Zusammenhänge machen also das Ineinandergreifen von sprachlichen und konzeptuellen Herausforderungen in der Mathematik deutlich und heben erneut die große Bedeutung der Sprache, vor allem ihrer kognitiven Funktion, für diese Wissenschaftsdisziplin hervor.

Bei einem konstant erfolgreichen Agieren in der Mathematik ist also davon auszugehen, dass ein Verständnis der relevanten Fachbegriffe, ausgebildete abstrakte Konzepte und damit verbundene Grundvorstellungen über mathematische Relationen und ein Beherrschen der verbalen und nicht-verbalen Darstellungsregister vorliegt. Die Sprache kann mit großer Wahrscheinlichkeit ihre kommunikative und kognitive Funktion erfüllen.

2.3.2 Der Zusammenhang zwischen mathematischen und sprachlichen Kompetenzen

Käpnick (2014) machte auf Basis eigener langjähriger Untersuchungen die Erkenntnis, dass etwa zwei Drittel aller von ihm beobachteten begabten Kinder neben hohen mathematischen Kompetenzen über vergleichbar hohe allgemein-kognitive einschließlich sprachlicher Kompetenzen verfügen (vgl. S.225). Es ist also durchaus sinnvoll, diesen Zusammenhang im Rahmen von Hochbegabung zu betrachten.

Die hierzu nachfolgend dargestellte Studie von Prediger et al. (2015) fokussiert sprachlich bedingte Hürden in den Zentralen Prüfungen der 10. Klasse für den mittleren Schulabschluss in der Mathematik in NRW und nimmt damit die Perspektive der sprachlich-schwachen Lernenden ein. Die Erkenntnisse allerdings können im Umkehrschluss relevant für die sprachlich und damit oftmals mathematisch stärkeren Schüler/innen sein, da die nachfolgend geschilderten Hürden von ihnen bewältigt werden können, was auf dementsprechende Kompetenzen hinweisen kann. Es ist also auch davon auszugehen, dass Hochbegabte über derartige Kompetenzen verfügen können.

Die Studie wurde 2012 mit 1495 Schüler/innen der 10. Klasse aus insgesamt 19 Gesamtschulen in NRW durchgeführt. Mit Hilfe eines Mixed-Methods-Designs quantitativer (statistische und DIF-Analysen) und qualitativer Art (u.a. videographierte klinische Interviews, vgl. Prediger et al., 2015, S.6 ff.) wurde herausgefunden, dass die Sprachkompetenz den höchsten Einfluss auf die Mathematikleistung ausübt. Die hier im breiteren Sinne verstandene Sprachkompetenz hängt damit stärker als Familienhintergründe (Migrationshintergrund, Sozioökonomischer Status, Mehrsprachigkeit, Zeitpunkt des Deutscherwerbs) mit der mathematischen Leistung zusammen. Allerdings sei darauf hingewiesen, dass die Autoren/innen davon ausgehen, dass sich z.B. der Einfluss des sozioökonomischen Status‘ über die Sprachkompetenz bemerkbar macht; sie sei somit also ein soziales Phänomen.

Da die sowohl kommunikative als auch kognitive Funktion von Sprache berücksichtigt werden soll, wird hier unter Sprachkompetenz nicht nur die Lesekompetenz, sondern auch lexikalisch-semantische und grammatikalische Qualifikationen in Sprachrezeption und -produktion mit einbezogen. Erhoben wurde die Sprachkompetenz mittels eines C-Tests: fünf bildungssprachliche Lückentexte sollten hierzu bearbeitet werden (vgl. ebd. S.4 f.). Mit Hilfe der qualitativen Analysen konnten die sprachlichen Hürden dann genauer kategorisiert werden:

1. Lesehürden: sprachlich-schwache Lernende haben Schwierigkeiten, Aufgabentexte sinnentnehmend zu lesen und scheitern z.B. an komplexen Satzstrukturen wie geschachtelte Präpositionalphrasen, die komplexe mathematische Relationen sprachlich verdichten (vgl. ebd. S.17).
2. Konzeptuelle Hürden: ein Scheitern kann aufgrund der fehlenden Aktivierung mathematischer Grundvorstellungen erfolgen, was häufig eng mit der Lesekompetenz verknüpft ist. Mathematische Konzepte werden nämlich zumeist beim Erfassen der Aufgabe aktiviert.
3. Prozessuale Hürden: diese Hürden können bei kognitiv anspruchsvollen Prozessen wie z.B. beim Bilden eines adäquaten Situationsmodells auftreten, wenn ein realistischer Bezug zwischen Mathematik und Lebenswelt hergestellt werden soll.

Konzeptuelle und prozessuale Hürden erweisen sich hierbei allerdings als zentraler in ihrer Relevanz für die relativen Schwierigkeiten sprachlich-schwacher Lernender als Lesehürden, die eher auf die kommunikative statt auf die kognitive Funktion von Sprache rekurrieren.

Trotz einiger methodischer Grenzen der beschriebenen Studie können folgende, aus ihr hervorgegangene Schlussfolgerungen festgehalten werden:

Konzeptuelle und prozessuale Hürden verweisen auf die kognitive Funktion der Sprache und nehmen einen hohen Stellenwert für den Erfolg in der Mathematik ein; dieser Einfluss ist höher als derjenige, der bei der Lesekompetenz zum Tragen kommt. Diese Hürden verweisen auf bei sprachlich Schwächeren längerfristig vorliegende Einschränkungen in mit der Sprache zusammenhängenden Lern- und Denkprozessen. Der Zeitpunkt des Deutscherwerbes könnte diese Unterschiede in den Leistungen z.B. erklären. Mathematische Kompetenzen könnten damit in der Vergangenheit nur partiell erworben worden sein; Prediger et al. (2015) sprechen von „langfristig kumulierte(n) Defizite(n)" (S.23).

2.4 Einordnung des eigenen Forschungsvorhabens

Die Psycholinguistik untersucht kognitive Zustände und Vorgänge des sprachlichen Wissens, des Spracherwerbs, der Sprachproduktion und des Sprachverstehens sowie ablaufende Prozesse bei vorliegenden Sprachstörungen (vgl. Dietrich & Gerwien, 2017). In dem hier vorgestellten Projekt soll es vor allem um Wahrnehmungsstrukturen bei der Informationsaufnahme und Problembearbeitung gehen, das heißt, dass dem Sprach*verstehen* eine besondere Aufmerksamkeit zukommt. Das Sprachverstehen umfasst im Groben das lexikalische Erfassen und das Verstehen einer sprachlichen Äußerung (vgl. ebd. S.222). Der Fokus liegt in der vorliegenden Studie allerdings, neben der Erfassung der kurzen Aufgabenstellung, auf dem algebraischen Denken, das Denkhandlungen wie Verallgemeinern, Formalisieren und Symbolisieren mit Hilfe der mathematischen Fachsprache einschließt (vgl. Hußmann & Schacht, 2015, S.112). Algebra kann als verallgemeinerte Arithmetik und auch als Verallgemeinerung von geometrischen Gebilden verstanden werden (vgl. Hefendehl-Hebeker, 2007). Es geht vor allem darum, Muster zu erfassen, zu analysieren, Beziehungen zwischen Zahlen und Größen darzustellen und zu manipulieren (vgl. ebd.) sowie für die Darstellung mathematische Sprachmittel, nämlich die Formelsprache, zu nutzen. Die verwendeten Terme stellen dabei besonders ökonomische und abstrakte Darstellungsmittel für die erfassten Zusammenhänge dar (vgl. Fischer et al., 2010, S.2). Ihre Operationszeichnen müssen allerdings in ihrer Bedeutungsfülle verstanden sein, damit ein sinnstiftendes Mathematisieren mit Hilfe der abstrakten Algebra möglich ist. Folglich sind bei den verwendeten Aufgaben besonders die bildliche oder auch geometrisch-anschauliche (Geometrie: Bilderfolgen/ Punktmuster), die symbolisch-numerische (Arithmetik: Zahlenfolgen) und die symbolisch-algebraische Darstellungsebene (Algebra: Variable und Term bzw. explizite und rekursive Vorschriften) berücksichtigt worden. Die Herausforderung besteht darin, einen Zugang zu den hier verwendeten Zahlen- und Bildmustern zu finden und sie zu verallgemeinern, was „eine zentrale algebraische Tätigkeit in einem frühen algebraischen Stadium" darstellt (Hußmann & Schacht, 2015, S.112). Die verbale Repräsentationsebene tritt an dieser Stelle noch in den Hintergrund; bei der mathematischen Sprache wird hier besonders die der Fachsprache zuzuordnende Formel- und Symbolsprache in den Blick genommen; die Rezeption dieser steht im Vordergrund. Es geht also um das Verstehen der Formelsprache sowie der unterschiedlichen Repräsentationsmodi, um das Erfassen der gemeinsamen und unterschiedlichen Bedeutungsgehälter dieser Modi und um die daraus resultierende Vernetzung der Darstellungsformen. Die Aufgaben sind daher so gestellt, dass sie Möglichkeiten zur Strukturerkennung und zum Repräsentationswechsel bieten; beide Strategien können hilfreich für das erfolgreiche Problemlösen sein.

Im Folgenden sollen nun die Studie und ihre ersten Ergebnisse vorgestellt werden.

3. Empirischer Teil

3.1 Methodik

Die Methode des Eye-Tracking, die ein gängiges Mittel der Forschung in der Psycholinguistik/experimentellen Linguistik darstellt, ermöglicht die videobasierte Aufnahme und qualitative sowie quantitative Auswertung der Blickbewegungen von Menschen bei einer visuellen Tätigkeit, die je nach Forschungsinteresse variieren kann. Es handelt sich also um ein Blickaufzeichnungsverfahren, welches das Rezeptionsverhalten eines Probanden/einer Probandin apparativ festhält. In der vorliegenden Studie geht es um die Lösung mathematisch anspruchsvoller Aufgaben, die an einem stationären Remote-Eye-Tracker des Anbieters SMI (SensoMotoric Instruments) in einer Laborsituation bearbeitet werden (die Personen haben keinen direkten Kontakt zur Apparatur, sondern sitzen zirka 60 cm entfernt vor einem Bildschirm, in dem der Eye-Tracker integriert ist). Dabei ist das foveale Sehen von Interesse, das den Bereich des höchsten Auflösungsvermögens der menschlichen Netzhaut meint (vgl. Blake, 2013, S.369). In der Sehgrube (fovea centralis) und nur dort sind nämlich die farbsensiblen Rezeptoren, die Zapfen genannt werden, in sehr hoher Anzahl vorhanden (vgl. Bente, 2004, S.303). Es geht also um das direkte Anblicken und damit scharfe Sehen von in diesem Fall mathematischen Inhalten. Peripher wird die Umgebung dabei unscharf wahrgenommen. Zwei Arten des Blickverhaltens sind bei dieser experimentellen Vorgehensweise von besonderer Relevanz (vgl. Blake, 2013, S.370):

- Fixationen: gemeint ist der relative Stillstand des Auges. Stimulusbereiche werden foveal betrachtet und für eine zu definierende Zeit (mindestens 80ms) fixiert (Mikrosakkaden und Drifts treten allerdings durchweg auf, deshalb auch die Rede vom *relativen* Stillstand).
- Sakkaden: mittels schneller Augenbewegungen werden die Augen foveal auf ein neues Ziel ausgerichtet. Dieses neue Ziel wurde meist kurz vor der Neuausrichtung peripher wahrgenommen; es erfolgt ein neuer selektiver, visueller Aufmerksamkeitsfokus. Blickpfade können somit nachvollzogen werden: was wird in welcher Reihenfolge wie lange betrachtet? Sakkaden und Fixationen lösen sich dabei fortwährend ab.

Wie funktioniert nun diese Messung? Eine Kamera zeichnet die Positionen der Zentren von Pupille und Cornea-Reflex (Spiegelung des vom Eye-Tracker ausgesendeten Infrarotlichts auf der Hornhaut des Auges) auf und setzt ihre Distanz zueinander in Relation. Die Messung beider Positionen hilft dem System dabei, Augenbewegungen von kleineren Kopfbewegungen zu unterscheiden. Große Kopf- und Körperbewegungen sollten daher generell vermieden werden, damit Fovealisierungen nur auf die Augapfelbewegungen zurückzuführen sind. Am Anfang einer Aufnahme werden daher immer Kalibrierungen vorgenommen, bei der verschiedene Punkte mit definierten Koordinaten auf dem Bildschirm fixiert werden müssen (in der vorliegenden Studie wurde eine 9-Punkt-Kalibrierung verwendet). So werden dem System einige Beispiele dieser bei jedem Menschen spezifischen Relation geliefert, damit die Aufnahme der individuellen Blickbewegungen möglichst genau erfolgen kann (vgl. Holmqvist et al., 2015, S.24 ff.). Das verwendete System zeichnet dann 250-mal (sampling rate = 250 Hz) die Koordinaten des Blickes pro Sekunde auf und hat eine für diese Studie angemessene zeitliche Auflösung. Die Blicke erfolgen bei dem hier verwendeten Remote-Eye-Tracker auf einen Bildschirm, auf dem das Stimulusmaterial präsentiert wird. Blickkoordinaten und Stimuli sind somit automatisch synchronisiert, da sich die Koordinaten direkt auf Punkte des Bildschirmes beziehen. Bei einem Abstand von zirka 60 cm zum Bildschirm liegt der Messfehler je nach Genauigkeit der erfolgten Kalibrierung bei den vorgenommenen Messungen bei maximal 0,6 ° und ist damit tolerabel.

Für die Interpretation der aufgenommenen Blickbewegungen sind zwei grundlegende Annahmen für die beschriebene Methode von Bedeutung (vgl. Blake, 2013, S.380 f.):

1. Von den Fixationen ist ableitbar, womit sich die Person gerade kognitiv auseinandersetzt.
2. Die Dauer der Fixationen entspricht der Dauer der kognitiven Beschäftigung mit den fixierten Inhalten. Dieses Maß ist allerdings insofern interpretationsoffen, als es für die Komplexität eines Stimulus stehen kann, der mehr kognitiver Aufmerksamkeit bedarf je komplexer er ist (Stimuluseigenschaft). Es kann aber auch mit Rezipienteneigenschaften in Zusammenhang gebracht werden, wenn die Fixationsdauer als Maß für das Interesse an bestimmten Stimulusbereichen gewertet wird (vgl. Bente, 2004, S.301).

Um von Rohdaten auf kognitive Prozesse, Personenmerkmale oder Stimulusmerkmale schließen zu können, sind also mehrere Interpretationsschritte notwendig. Obwohl der kognitive Fokus nicht immer mit dem visuellen Fokus übereinstimmt (wie z.B. beim nachdenklichen Starren in die Luft), soll diese Annahme für die vorliegende Studie dennoch geltend gemacht werden, da die Teilnehmer/innen mit konkreten Aufgaben konfrontiert sind. Es ist also eine hohe Konzentrationsfähigkeit gefordert und es wird ein konkretes Ziel verfolgt, weswegen von einer überwiegenden Übereinstimmung von kognitivem und optischem Fokus ausgegangen werden kann (vgl. Blake, 2013, S.380). Des Weiteren kann bei den Probanden/innen auch ein gewisser zeitlicher Druck aufgrund eines Strebens nach erfolgreichem Problemlösen vorliegen, obwohl in der vorliegenden Studie kein Zeitlimit für die Bearbeitung der Aufgaben vorliegt, was ebenso ein konzentriertes Arbeiten begünstigt.

Der Vorteil der beschriebenen Methode liegt zusammenfassend in der Sichtbarmachung des visuellen Suchverhaltens der Probanden/innen bei dem hier vorliegenden aufgabenbezogenem Schauen (vgl. Bente, 2004, S.306): Aufmerksamkeitsfokus, visuelle Selektions- und Verarbeitungsprozesse können mit Hilfe geeigneter Interpretationsschritte nachvollzogen werden (vgl. ebd. S.298). Da die Blickbewegungen weniger der kognitiven Kontrolle und Manipulation des Probanden/ der Probandin gehorchen und damit unmittelbarer sind, kann außerdem von einer Einschränkung des Einflusses des Faktors „soziale Erwünschtheit“ im Verhalten der Teilnehmer/innen im Vergleich zu Methoden wie Fragebögen oder Interviews ausgegangen werden.

3.2 Design des Experiments

Die hier verwendete Stichprobe setzt sich aus vier mathematisch begabten Jugendlichen der 8. bis 10. Klasse (m=3, w=1) im Alter von 12 bis 14 Jahren zusammen. Als Vergleichsgruppe wurden fünf durchschnittlich mathematisch begabte Schüler/innen (m=1, w=4) im Alter von 14 bis 15 Jahren hinzugezogen. Die begabten Teilnehmenden wurden u.a. über die NRW-Koordinatoren der Mathematik-Olympiade gewonnen und gelten als besonders leistungsstark; sie besuchen alle das Gymnasium. Nur ein Proband (P02) wurde auf Hochbegabung getestet, bei den anderen liegt nach aktuellem Kenntnisstand keine Testung vor. P01, P02 und P09 nahmen schon an früheren Studien der Mathematikdidaktik teil und fielen auch dort als besonders leistungsstark auf. Die Probandengruppe ist somit als mathematisch begabt einzuschätzen; das Attribut „hochbegabt“ ist an dieser Stelle in diesem Rahmen zu interpretieren. In Zukunft sollten die Probanden/innen nach einheitlicheren Kriterien ausgewählt werden; für die Zwecke dieser Pilotierung ist diese Vorgehensweise allerdings ausreichend.

Die durchschnittlich begabten Schüler/innen entstammen einer Gesamtschule des Ruhrgebiets. Zur Erfassung einiger personenbezogenen Daten wurde von der Versuchsleiterin am Ende des Experiments ein Fragebogen gemeinsam mit den Teilnehmenden ausgefüllt (s. Probandenübersicht in Kapitel 3.3).

Das Experiment ist folgendermaßen aufgebaut (s. hierzu auch in den Anhang):

- Zuerst erfolgt eine *Einführung zu den relevanten Begriffen* (Block A): Bilderfolge (hier: Punktmuster), Zahlenfolge, explizite und rekursive Vorschrift und die Variable „n“. Hindernisse im Verständnis der nachfolgenden Aufgabenstellungen sollen so nivelliert werden. Bei den rekursiven Vorschriften wurde die sonst gängige Symbolik durch die Begriffe „Vorgänger“ und „Nachfolger“ ersetzt, um sicherzustellen, dass keine Barrieren durch ein Nicht-Verständnis der hier vielleicht nicht vertrauten Symbolsprache entstehen. Allen Teilnehmenden soll so eine gleiche Ausgangsbasis gewährt werden. Bei einem Teil der Teilnehmenden wurde das Verständnis zusätzlich gesichert, indem die Versuchsleiterin den Bedeutungsgehalt der Begrifflichkeiten in einem Gespräch mit den Probanden/innen erläuterte (s. Kapitel 3.5).

- Es schließt sich dann ein *Einstieg zu den Aufgaben* (Block B) an. Hier sollen leichte Aufgaben gelöst werden, um das Aufgabenformat und den Umgang mit dem Eye-Tracker einzuüben und letzte Fragen zu klären.
- Im Anschluss folgen die eigentlichen *Aufgaben* (Block C), bei denen auch die Blickbewegungen gemessen werden.

Insgesamt handelt es sich dabei um insgesamt 30 Aufgaben, wobei mindestens 18 Aufgaben durchlaufen werden sollten, damit eine brauchbare Auswertung vorgenommen werden kann. Nach 18 Aufgaben dürfen die Teilnehmenden selbst entscheiden, ob sie weitermachen möchten. Es gibt jeweils drei Antwortmöglichkeiten A, B und C, von denen die für richtig Befundene ausgewählt werden soll, bevor die nächste Aufgabe begonnen werden kann (die Position der richtigen Antwort wurde vorher randomisiert). Bei fünf Aufgaben ist die richtige Antwort eine „andere Antwort", also nicht in den vorgegebenen Antwortmöglichkeiten zu finden. Zwischen den Aufgaben sind *filler* in unterschiedlicher, randomisierter Anzahl eingebaut, bei denen es darum geht, zu entscheiden, ob zwei präsentierte Farbflächen gleich oder ungleich sind. Diese *filler* dienen dazu, die kognitive Anstrengung kurz zu unterbrechen und eine Erholung zu ermöglichen. Um einen tieferen Einblick in die Gedankengänge der Teilnehmenden zu erhalten, werden sie außerdem aufgefordert, ihre Vorgehensweise bei der Lösung der Aufgaben sprachlich zu begründen („Erkläre deine Antwort!" oder „Erkläre die Beziehung deiner Antwort zur Folge!"). Alle Aufgaben sind des Weiteren in sechs Blöcke unterteilt, die den Teilnehmenden ebenfalls randomisiert dargeboten werden. Es sei darauf hingewiesen, dass die Aufgaben im Vorhinein eine Kodierung erhalten haben (s. Tab.1), die aber der in dieser Arbeit verwendeten Benennung „Aufgabe 1-28" gewichen ist, um eine möglichst einfache Darstellung zu gewähren. Die Reihenfolge der Aufgaben kann im Anhang nachgehalten werden; jede Aufgabe ist dort auch mit der erwähnten Kodierung versehen:

- *1. Block (C1)*: in acht Aufgaben sollen die Teilnehmenden Bilder- oder Zahlenfolgen untersuchen und die erfragten Folgeglieder bestimmen, indem zugrunde gelegte Muster erkannt und verallgemeinert werden; an dieser Stelle werden allerdings noch keine algebraischen Terme zur Beschreibung genutzt (s. Aufgabe 2). Außerdem sollen explizite/rekursive Vorschriften untersucht werden. Unterschiedliche Terme sollen dabei auf Gleichheit überprüft werden. Hier geht es vor allem darum, durch die Einhaltung formaler Regeln wie z.B.

des Distributivgesetzes Terme in gleichwertige Terme umzuwandeln und damit ein Beherrschen dieser Regeln unter Beweis zu stellen (s. Aufgabe 5).

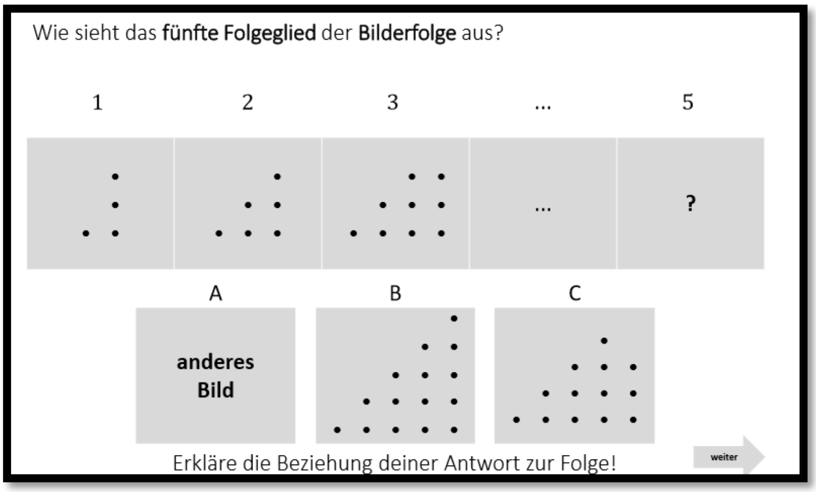


Abb. 5: Aufgabe 2 aus dem 1. Aufgabenblock (C1)

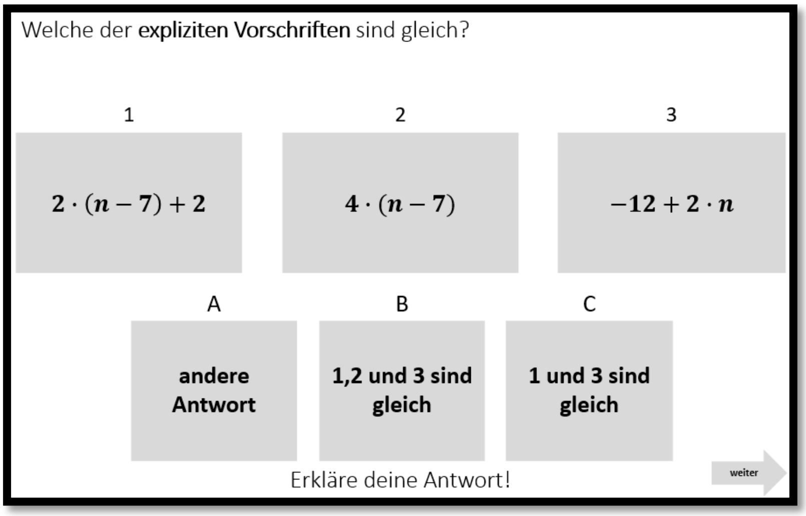


Abb. 6: Aufgabe 5 aus dem 1. Aufgabenblock (C1)

- *2. Block (C2)*: bei insgesamt vier Aufgaben werden entweder Bilder- oder Zahlenfolgen präsentiert, die mit vorgegebenen entweder expliziten oder rekursiven Vorschriften in Beziehung gesetzt werden sollen. Hier soll eine Übersetzung von einer geometrischen oder arithmetischen Repräsentationsebene in eine symbolisch-algebraische Darstellungsform und andersherum erfolgen. Bestimmte Muster und übergeordnete Strukturen müssen in der Bilder- bzw. Zahlenfolge erkannt und die verallgemeinerte und abstrahierte Beschreibung dieser durch eine Vorschrift nachvollzogen werden. In diesen verallgemeinerten Vorschriften wird mit der Unbestimmten „n“ operiert, die als „Platzhalter“ für eine beliebige Stelle/Position in der Zahlen- bzw. Bilderfolge fungiert und damit zur Bestimmung beliebiger Positionswerte in den Folgen (durch Einsetzen) und zur Beschreibung der mathematischen Struktur genutzt werden kann, wobei letztere einen mathematisch gehaltvolleren Umgang mit der Variablen darstellt (vgl. hierzu Hußmann & Schacht, 2015, S.129 f.). Von Interesse ist hierbei das strategische Vorgehen und Verwenden der Terme von Begabten im Vergleich zu nicht-Begabten.

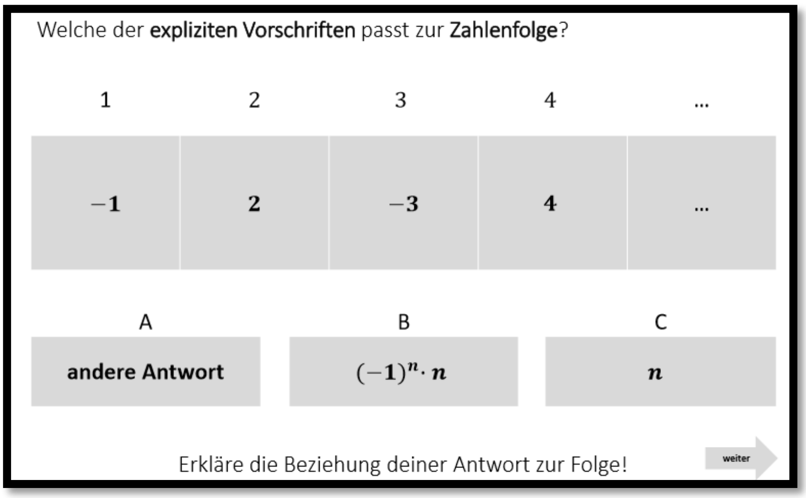


Abb.7: Aufgabe 11 aus dem 2. Aufgabenblock (C2)

- *3. Block (C3)*: die zu diesem Block gehörenden sechs Aufgaben sind genauso wie im 2. Aufgabenblock aufgebaut, allerdings kommen in den Antwortmöglichkeiten sowohl explizite als auch rekursive Vorschriften vor.

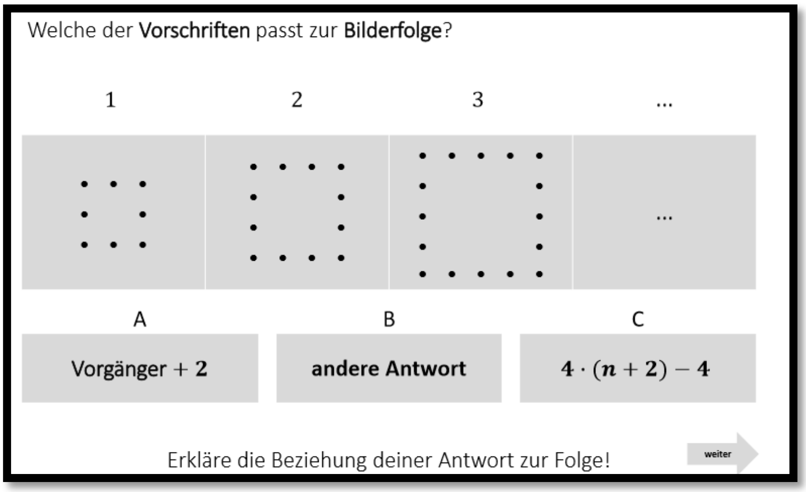


Abb.8: Aufgabe 13 aus dem 3. Aufgabenblock (C3)

- Sobald der 3. Aufgabenblock durchlaufen wurde, können die Probanden/innen entscheiden, ob sie weitere Aufgaben lösen möchten, um eine mögliche Überforderung zu vermeiden. Es folgt dann ein 4. Aufgabenblock (C4) mit vier Aufgaben, der wie der 2. Aufgabenblock (C2) aufgebaut ist, und ein 5. Aufgabenblock (C5) mit weiteren sechs Aufgaben, der wie der 3. Aufgabenblock (C3) aufgebaut ist. Dies soll eine Vergleichbarkeit der Aufgaben in den unterschiedlichen Blöcken sicherzustellen.
- Zusatzaufgaben (6. Block, C6): zwei kombinatorische Zusatzaufgaben werden dargeboten („Handschlags-Aufgabe“ & „n-Eck-Aufgabe“). Auch hier werden die Teilnehmenden vorher gefragt, ob sie weitermachen möchten. Bei der hier vorgenommenen Auswertung der Ergebnisse bleiben diese Zusatzaufgaben allerdings unberücksichtigt.

Mit algebraischen Termen können also Eigenschaften der hier geometrischen und arithmetischen Referenzobjekte beschrieben werden. Teilterme können dabei Teilstrukturen der Punktmuster wie z.B. Flächen oder Strecken explizieren; die Zahlen der Zahlenreihen können ebenso zerlegt und mittels Teiltermen beschrieben werden. Abb. 9 zeigt hierzu unterschiedliche Wege, wie die Punktmuster geometrisch betrachtet werden können: So kann das Muster z.B. als Fläche eines Rechtecks interpretiert und berechnet oder das Fehlen einer quadratischen Fläche im Muster festgestellt werden (s. hierzu auch Aufgabe 14 und 16).

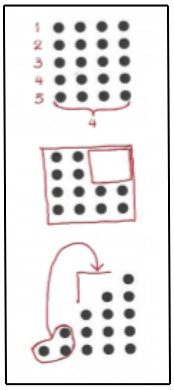


Abb. 9: „Betrachtungsperspektiven auf Punktmuster“

Eine rekursive Vorgehensweise fokussiert dabei den Unterschied und die vollzogene Veränderung zwischen den Folgegliedern, während die explizite Vorgehensweise die Eigenschaften eines konkreten Einzelbildes an einer konkreten Position in den Blick nimmt (vgl. Hußmann & Schacht, 2015, S.116). Der explizite Zugang ist im Vergleich zum rekursiven Zugang abstrakter und damit qualitativer. Die zentrale Herausforderung bei den dargebotenen Aufgaben besteht also darin, herauszufinden, was sich im Fortlauf der Folge verändert und was gleichbleibt und dies mit algebraischen Termen in Beziehung zu setzen. Dabei können abhängig von der zu beschreibenden Folge sowohl explizite als auch rekursive Vorschriften einen effizienten und ökonomischen Zugang darstellen.

3.3 Auswertung und Analyse

Die im Folgenden dargestellte Auswahl an Ergebnissen wurde durch die Auswertung mit der Analysesoftware BeGaze (in der Version 3.7 von Februar 2017) von SMI gewonnen und durch einfache Tabellenkalkulationen mit Microsoft Excel 2016 ergänzt. Sie stellt einen ersten Ansatz dar und ist u.a. als eine relevante Vorarbeit für zukünftige Auswertungen zu sehen. In einem ersten Schritt wurden die Aufgaben/Stimuli aller C-Blöcke ihrem Typ nach geordnet. Die in Kapitel 3.2 dargestellten Aufgabenblöcke C1-C5 (s.u. Spalte *Block*) wurden für die Auswertung sinnvoll umsortiert, sodass folgende Kategorisierungen entstanden sind:

Tab. 1: Kategorisierung der Aufgaben der Blöcke C1-C5

Stimulus						
Typ			**Folge**	**Antwort**	**Kodierung**	
					Aufgabe	Block
A	**A1**	***A1.1***	**rekursiv**	**umformen**	C1_L*RV1_L*RV2_L*RV3	C1
		A1.2			C1_S*RV4_S*RV5_S*RV6	C1
	A2	***A2.1***	**explizit**	**umformen**	C1_L*EV1_L*EV2_L*EV3	C1
		A2.2			C1_S*EV4_S*EV5_S*EV6	C1
B	**B1**	***B1.1***	**Punktmuster**	**Punktmuster**	C1_L*BF1_B	C1
		B1.2			C1_S*BF2_B	C1
	B2	***B2.1***		**rekursiv**	C2_S*BF4_S*RV9+L*RV10	C2
		B2.2			C4_S*BF8_S*RV14+L*RV15	C4
	B3	***B3.1***		**explizit**	C2_L*BF3_L*EV7+S*EV8	C2
		B3.2			C4_S*BF9_L*EV16+S*EV17	C4
	B4	***B4.1***		**rekursiv - explizit**	C3_S*BF5_S*RV11+L*EV11	C3
		B4.2			C3_L*BF6_S*RV11+L*EV11	C3
		B4.3			C3_S*BF7_S*EV12+L*RV12	C3
		B4.4			C5_L*BF10_S*EV18+L*RV18	C5
		B4.5			C5_S*BF11_L*EV20+S*RV20	C5
		B4.6			C5_L*BF12_S*RV20+L*EV20	C5
C	**C1**	***C1.1***	**Zahlenfolge**	**Zahlenfolge**	C1_L*ZF1_Z	C1
		C1.2			C1_S*ZF2_Z	C1
	C2	***C2.1***		**rekursiv**	C2_S*ZF3_L*RV7+S*RV8	C2
		C2.2			C4_L*ZF9_L*RV16+S*RV17	C4
	C3	***C3.1***		**explizit**	C2_L*ZF4_S*EV9+L*EV10	C2
		C3.2			C4_L*ZF8_L*EV14+S*EV15	C4
	C4	***C4.1***		**rekursiv - explizit**	C3_L*ZF5_S*EV12+L*RV12	C3
		C4.2			C3_L*ZF6_L*RV13+S*EV13	C3
		C4.3			C3_S*ZF7_S*EV13+L*RV13	C3
		C4.4			C5_S*ZF10_L*RV18+S*EV18	C5
		C4.5			C5_L*ZF11_S*RV19+L*EV19	C5
		C4.6			C5_S*ZF12_L*EV19+S*RV19	C5
3	**10**				**28**	

Die Stimuli wurden in Typ A, B und C unterteilt, indem zwischen Aufgaben unterschieden wurde, in denen rekursive und explizite Terme auf Gleichheit überprüft werden sollen (Typ A) und in denen entweder mit Punktmustern (Typ B) oder Zahlenfolgen (Typ C) gearbeitet wird (s. Spalte *Folge*). Des Weiteren wurden die Stimuli der Typen hinsichtlich ihrer Antwortkategorien feiner sortiert. In den Antwortmöglichkeiten können z.B. nur rekursive Terme (Typ B2 oder C2) oder auch weitere Punktmuster/Zahlenfolgen (Typ B1/C1) auftreten, die mit der präsentierten Folge in Beziehung gesetzt werden sollen (s. Spalte *Antwort*). Bei allen Stimuli kann außerdem, wie bereits erwähnt, typübergreifend auch eine „andere Antwort“ ausgewählt werden. Bei insgesamt fünf Aufgaben ist dabei eine „andere Antwort“ die richtige Antwort. Es lassen sich demnach Stimuli mit Darstellung der richtigen Antwort durch Vorgabe in den Antwortmöglichkeiten von jenen fünf Stimuli unterscheiden, bei denen die Antwortvorgaben die richtige Antwort nicht hergeben (Aufgaben des Typs A1.2, B1.2, B4.4, B4.5, C3.2). Die Wirkung dieses Umstandes wurde allerdings bis auf eine Auffälligkeit, die an späterer Stelle erläutert wird (s. Kapitel 3.5), nicht näher analysiert; dies wäre in Zukunft zu empfehlen. Insgesamt wurden die 28 Aufgaben also den drei Typen A, B, C und insgesamt 10 Untertypen zugeordnet und sind damit für die in diesem Rahmen getätigte Auswertung ausreichend kategorisiert.

Die insgesamt neun Teilnehmenden (vier Hochbegabte und fünf Normalbegabte) wurden außerdem hinsichtlich verschiedener Attribute u.a. mittels eines Fragebogens überprüft, die in folgender Tabelle festgehalten sind:

Tab. 2: Probandenübersicht

Proband/in					Hochbegabte (HB)						Normalbegabte (NB)					
Nr.	Geschlecht M	Alter	Geschlecht W	Alter	HB	Klasse	Schulform	Note Mathe	Aufn.länge	Quote r. A.	NB	Klasse	Schulform	Note Mathe	Aufn.länge	Quote r. A.
P01	M	13			X	8	Gymnasium	2	44	64%						
P02	M	12			X	8	Gymnasium	3	69	50%						
P03			W	15							X	9	Gesamt	2	23	32%
P04			W	14							X	9	Gesamt	3	42	29%
P05	M	14									X	9	Gesamt	3	31	50%
P06			W	14							X	9	Gesamt	4	26	36%
P07			W	14							X	9	Gesamt	2	22	36%
P08			W	14	X	10	Gymnasium	1	54	96%						
P09	M	14			X	10	Gymnasium	1	32	82%						
Summe	4		5		4						5					
Durchschnitt		13,25		14,2		9		1,75	49,75	73,0%		9		2,8	28,8	36,6%

Besonders hervorzuheben ist dabei die Dauer der Bearbeitung der Aufgaben (in Minuten) und die Quote richtig gelöster Aufgaben (in Prozent), welche ein wichtiges erstes Ergebnis der Pilotierung darstellen. Während die begabte Gruppe durchschnittlich 49,75 min. für die Bearbeitung aufwand, beläuft sich die Bearbeitungszeit bei der normalbegabten Gruppe auf durchschnittlich 28,8 min. Die Quote richtig gelöster Aufgaben beträgt bei den Begabten durchschnittlich 73%, bei den Normalbegabten 36,6%. Die Begabten brauchten für die Lösung der Aufgaben also zirka 20 min. länger und erzielten eine um zirka 35% höher liegende Erfolgsquote. Die leistungsstarken Jugendlichen betrieben also einen deutlich höheren zeitlichen Aufwand und erzielten einen größeren Erfolg.

Um einen ersten Zugang zu der großen Datenmenge zu gewinnen, wurden im ersten Schritt sogenannte Areas of Interest (AOIs) für die Analysesoftware definiert. Die Stimuli (hier: die verschiedenen Aufgaben) wurden mit AOIs versehen, indem jeder einzelne Stimulus räumlich in verschiedene, in diesem Fall grobe AOIs eingeteilt wurde. Hierdurch werden einzelne Ausschnitte besonders hervorgehoben, indem Blickdaten, wie z.B. die *Dwelltime* (s.u.), nur für diese definierten AOIs in Form von Key Performance Indicators (KPI) von der Software ausgegeben werden. Es wurden hierbei sechs grobe AOIs definiert, die von ihrer Form her als *Reihen* betrachtet werden können:

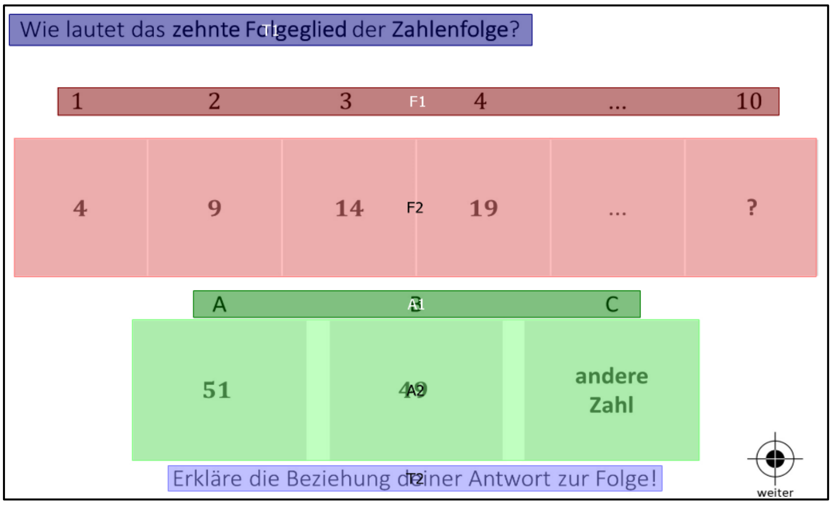


Abb. 10: Aufgabe 3 aus dem Aufgabenblock C1, Typ C1 (s.o.) mit definierten AOIs

Insgesamt wurden die AOIs in drei Typen unterteilt:

- *T1* und *T2* (die blau hinterlegten Felder) sind Textfelder. T1 markiert die Frage bzw. den Arbeitsauftrag, während T2 den Text mit der Aufforderung zur Erklärung der Vorgehensweise bei Lösung der Aufgabe beinhält („Erkläre die Beziehung deiner Antwort zur Folge“ oder „Erkläre deine Antwort“).

- *F1* und *F2* (die rot hinterlegten Felder) markieren die Folgen, die analysiert werden sollen. F1 definiert dabei die Reihe mit den verschiedenen konkreten Stellen der Variablen „n“ (nachfolgend *Reihe-n* genannt), während F2 die zu den verschiedenen Stellen gehörende Zahlen- oder Bilderfolge darstellt.

- *A1* und *A2* (die grün hinterlegten Felder) beziehen sich auf die Antwortnamen „A, B und C“ im Fall von A1 und auf die Reihe mit den konkreten Antwortmöglichkeiten, zwischen denen ausgewählt werden soll, im Fall von A2.

Herausfordernd für die Auswertung des durchgeführten Experiments bezüglich der Vergleichbarkeit des Verhaltens der Probanden/innen ist die unterschiedliche Bearbeitungszeit und damit die unterschiedliche Dauer der Präsentation der Stimuli. Die Bearbeitungszeiten reichen von 23 Minuten bei P03 bis 69 Minuten bei P02, was eine dreimal längere Dauer des Experiments bedeutet. Um dennoch quantitativ-deskriptiv vergleichen zu können, wurden folgende Datenausschnitte bei der Auswertung besonders in den Blick genommen:

- Die ersten acht Sekunden, in der jeder Stimulus dem Probanden/der Probandin das erste Mal präsentiert wird (*stimulus onset*). Die Zeitspanne wurde auf acht Sekunden festgelegt, da bei vier Aufgaben (Aufgabe 1-4, Typ B1 und C1) nach acht Sekunden die Antwortmöglichkeiten eingeblendet werden und der Stimulus somit in seiner Gestalt eine Veränderung erfährt. Bei den restlichen Aufgaben sind die Antworten von Anfang an zugänglich. Es sei darauf hingewiesen, dass die ersten 0,25 Sekunden hierbei aus der Analyse ausgeschlossen wurden, da alle Probanden/innen bedingt durch den Aufbau des Experiments durch ein vorher fokussiertes Kreuz mit ihrem Blick in der Mitte des Stimulus beginnen und somit den gleichen Ausgangspunkt besitzen. Betrachteter Zeitraum sind daher die Sekunden 0,25-8,00.

- Die ersten acht Sekunden bei den genannten Aufgaben 1-4 nach der Einblendung der Antwortmöglichkeiten.

Neben den zwei genannten Zeiträumen

(1) Anfangsstimulus (0,25-8,00s) und
(2) Stimulus nach Einblendung der Antwortmöglichkeiten bei Aufgabe 1-4 (0,00-8,00s)

ist auch der Zeitraum

(3) Stimulus nach Antwortauswahl (der Zeitpunkt ist variabel und abhängig von der Bearbeitungsgeschwindigkeit des Probanden/der Probandin) und dann erfolgter Einblendung der Aufforderung zur mündlichen Erklärung der Vorgehensweise

von besonderer Relevanz. Als Schwierigkeit hat sich hierbei allerdings herausgestellt, dass manche Teilnehmende z.T. schon nach zwei Sekunden zur nächsten Aufgabe übergingen, während andere Teilnehmende sich noch eine Minute lang mit den Antwortmöglichkeiten auseinandersetzten und dann ausführlichere Erklärungen lieferten. Bisher ist für diesen Zeitraum der Stimulus-Präsentation kein einheitlicher Zugang für alle Probanden/innen über alle Aufgaben hinweg gefunden worden, um die Blickdaten auch quantitativ näher analysieren zu können. Quantitativ-deskriptiv wurden daher nur Zeitraum (1) und (2) betrachtet. Zu (3) lassen sich allerdings erste qualitative Aussagen tätigen, die in Zukunft quantitativ mit einer geeigneten Methodik überprüft werden müssen. Insgesamt müssen aufgrund der kleinen Probandengruppe (n=9) selbstverständlich auch alle nachfolgend dargestellten Ergebnisse mit einer größeren Stichprobe und weiterreichenden statistischen Mitteln auf ihre Signifikanz hin überprüft werden.

Es ist zunächst wichtig, festzuhalten, dass die Teilnehmenden mit einer durchschnittlichen *tracking ratio* von 95,43% aufgenommen wurden und die durchschnittliche Abweichung der realen Blickbewegungen von den vom System erfassten Blickkoordinaten ungefähr 0,47 Grad beträgt. Der Datenverlust durch z.B. Wegschauen der Teilnehmenden vom Monitor beläuft sich also auf zirka 5 % und ist damit tolerabel (s. *tracking ratio*). Auch die Kalibrierung aller Probanden/innen ist für diesen Experimenttypen schlussfolgernd zufriedenstellend.

Für die nachfolgenden Auswertungen ist die sogenannte *Dwelltime*, die in den KPIs (s.o.) AOI-bezogen dargestellt wird, von zentraler Bedeutung. *Dwell* und *Dwelltime* sind folgendermaßen definiert:

> A dwell is defined as one visit in an AOI, from entry to exit (Holmqvist et al., 2015, S.386).

> Dwell time starts at the moment the AOI is fixated and ends at the moment the last fixation on the AOI ends for each visit for the AOI (BeGaze Manual 3.7, 2017, S.182).

SMI definiert dieses Messinstrument daher so:

> [Dwell time is the] sum of durations from all fixations and saccades that hit the AOI (BeGaze Manual 3.7., 2017, S. 182).

Fixationen und Sakkaden in einer AOI werden mit der *Dwelltime* also gleichermaßen betrachtet; sie zeigt also mittels Angabe der Zeit in Millisekunden oder in % (bezogen auf die ausgewählte Gesamtzeit von z.B. acht Sekunden), wie lang sich ein Proband/eine Probandin mit einer AOI, also einem bestimmten Bereich des Stimulus, kognitiv auseinandergesetzt hat. Wichtig zu erwähnen ist, dass im Folgenden die definierten AOIs und der sogenannte „white space" betrachtet werden. Damit ist das periphere weiße Feld zwischen den AOIs bzw. der Aufgabe gemeint; der „white space" wird bei den KPIs ebenfalls in der Berechnung berücksichtigt.

In der nachfolgend dargestellten Tabelle ist die Differenz der *Dwelltime* (in Prozent) zwischen den beiden untersuchten Gruppen für die AOIs T1, F1 und F2 für den Anfangsstimulus (1) (0,25-8,00s) betrachtet worden (die Einzelwerte sind nicht aufgeführt; nur die berechnete Differenz ist hier, aus Gründen der Übersichtlichkeit, dargestellt):

Tab. 3: Differenz der Dwelltime (in %) zwischen den untersuchten Gruppen – (1) Anfangsstimulus 0,25-8,00 s.

Stimulus				**Differenz Dwelltime**					
Typ				**T1**		**F1**		**F2**	
				HB %	NB %	HB %	NB %	HB %	NB %
A	**A1**	A1	*A1.1*		5,0	0,3		9,1	
		A1	*A1.2*		0,0	0,0		4,3	
	A2	A2	*A2.1*		0,6		-0,1	9,7	
		A2	*A2.2*	-2,0			-1,4	11,8	
B	**B1**	B1	*B1.1*		6,5	0,9		20,5	
		B1	*B1.2*		**10,3**	**1,9**		**21,8**	
	B2	B2	*B2.1*		**12,7**		**-0,4**	**13,1**	
		B2	*B2.2*	**-8,4**		**1,8**			**-0,7**
	B3	B3	*B3.1*		3,0	0,9			-3,5
		B3	*B3.2*	**-8,6**		**0,7**			**-2,3**
	B4	B4	*B4.1*		1,6		-0,9	4,3	
		B4	*B4.2*		2,1	0,0		24,6	
		B4	*B4.3*		4,4	1,2		10,5	
		B4	*B4.4*		**2,1**	**3,0**		**11,5**	
		B4	*B4.5*		1,8	0,8			-4,8
		B4	*B4.6*		1,0		-0,3		-0,6
C	**C1**	C1	*C1.1*		**9,8**	**9,2**		**5,9**	
		C1	*C1.2*		**6,3**	**6,1**		**2,1**	
	C2	C2	*C2.1*		1,3	3,4		5,2	
		C2	*C2.2*	-1,6			-4,3	12,2	
	C3	C3	*C3.1*		**1,2**		**-3,7**	**1,9**	
		C3	*C3.2*		5,9	2,7		5,2	
	C4	C4	*C4.1*		4,9		-7,0	5,7	
		C4	*C4.2*	-0,8		0,0		13,7	
		C4	*C4.3*		0,6	8,7			-4,5
		C4	*C4.4*		**7,5**	**3,9**		**14,1**	
		C4	*C4.5*		**6,0**		**-0,6**	**16,4**	
		C4	*C4.6*		5,3	4,7			-0,4
			Summe	21,4	99,9	50,2	18,7	223,6	16,8
			Anzahl	5	23	19	9	21	7
			Anteil	18%	82%	68%	32%	75%	25%
			arith. M.	**4,3%**	**4,3%**	**2,6%**	**2,1%**	**10,6%**	**2,4%**
				bei **82%** der Stimuli schauen die **NB** länger auf die Frage -> im Mittel **4,3 %** höhere Dwelltime		bei **68%** der Stimuli schauen die **HB** länger auf die Reihe-n -> im Mittel **2,6%** höhere Dwelltime		bei **75 %** der Stimuli schauen die **HB** länger auf Reihe-Folge -> im Mittel **10,6 %** höhere Dwelltime	

Ein wichtiges Ergebnis ist, dass bei 82% der 28 Stimuli die Gruppe der Normalbegabten länger auf die Frage/Aufgabenstellung (T1), bei 68% die Hochbegabten bzw. Leistungsstarken länger auf die *Reihe-n* (F1) und bei 75% die Hochbegabten länger auf die Reihe mit der zu behandelnden Bilder- bzw. Zahlenfolge schauten (F2). Bei dem letztgenannten Punkt handelt es sich dabei um eine im Mittel deutlich höhere *Dwelltime* um 10,6%.

Diese Feststellungen lassen sich qualitativ besonders gut mit den von BeGaze erstellten sogenannten *AOI Sequence Charts* und *Focus Maps* verdeutlichen. Für die Aufgabe des Typs B1.2 konnte eine um 10,3 % höhere *Dwelltime* für die Gruppe der Normalbegabten für die AOI mit der Fragestellung (F1) festgestellt werden (s.o.). Die im Folgenden dargestellte *Sequence Chart* (hier bezogen auf die Rohdaten) verdeutlicht die zeitliche Reihenfolge der in den ersten acht Sekunden betrachteten AOIs und zeigt für die Normalbegabten einen deutlich höheren Anteil des blauen Feldes (F1). Dies unterstützt die quantitative Aussage:

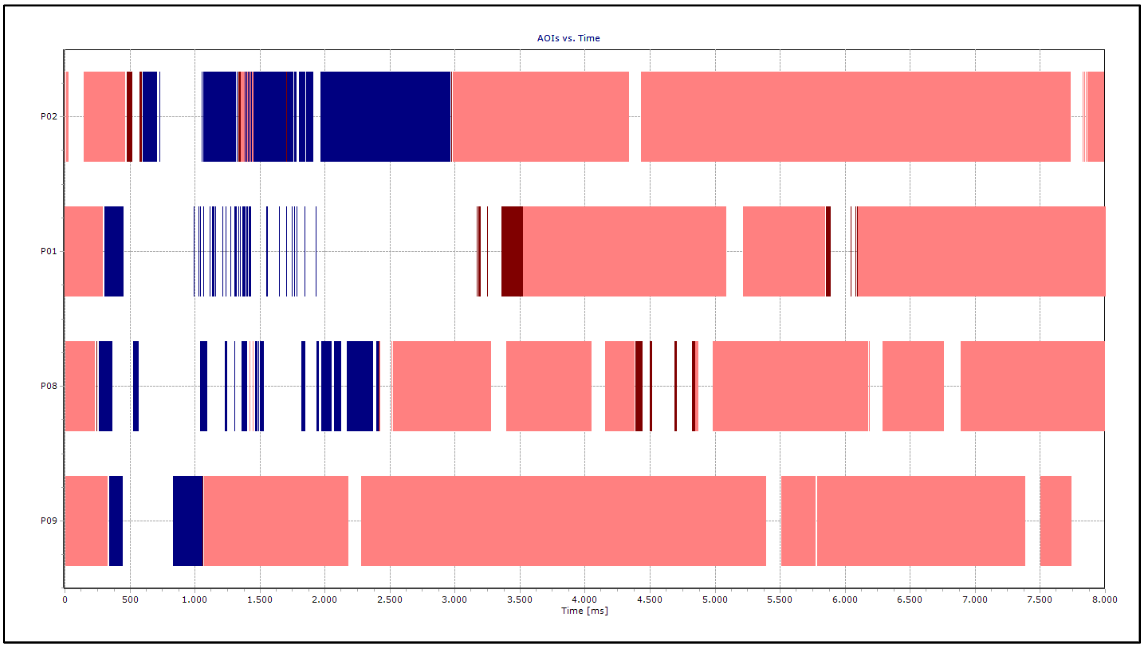


Abb. 11: AOI Sequence Chart des Anfangsstimulus (1) (0,00-8,00s) für die Gruppe der Hochbegabten bei der Aufgabe B1.2

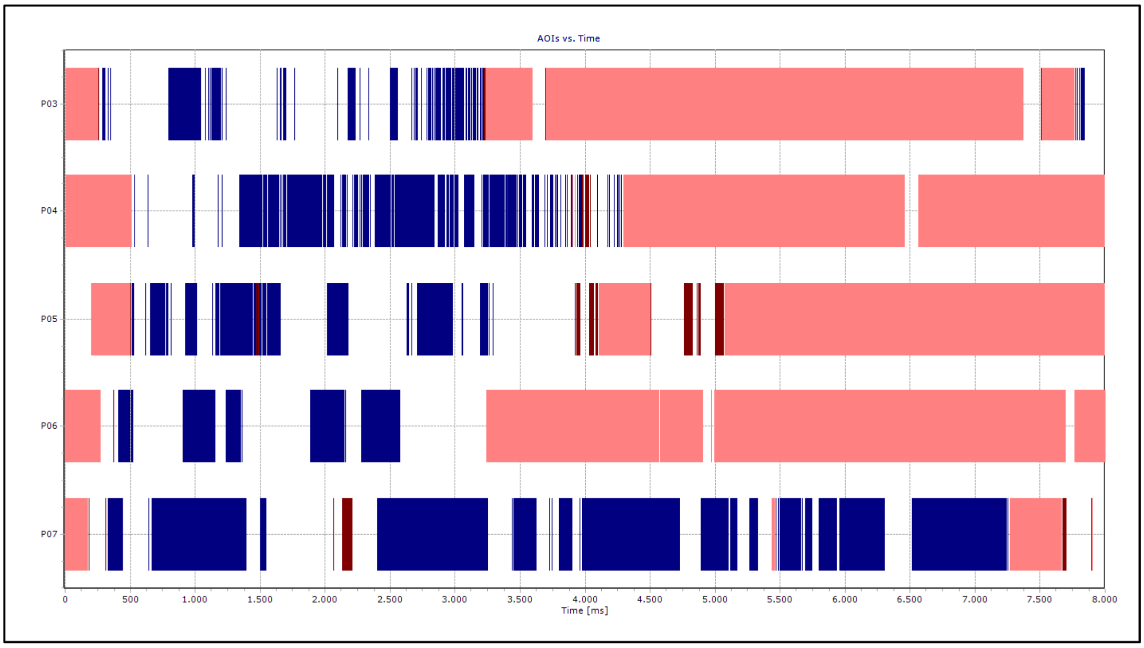


Abb. 12: AOI Sequence Chart des Anfangsstimulus (1) (0,00-8,00s) für die Gruppe der Normalbegabten bei der Aufgabe B1.2

Die *Focus Maps* verdeutlichen für die Aufgabe des Typs C1.1 die von der Gruppe der Hochbegabten länger betrachtete *Reihe-n* (Differenz der *Dwelltime* = 9,2%) und für die Aufgabe des Typs C4.5 (s.u.) die um 16,4% von der gleichen Gruppe länger betrachtete Zahlenfolge:

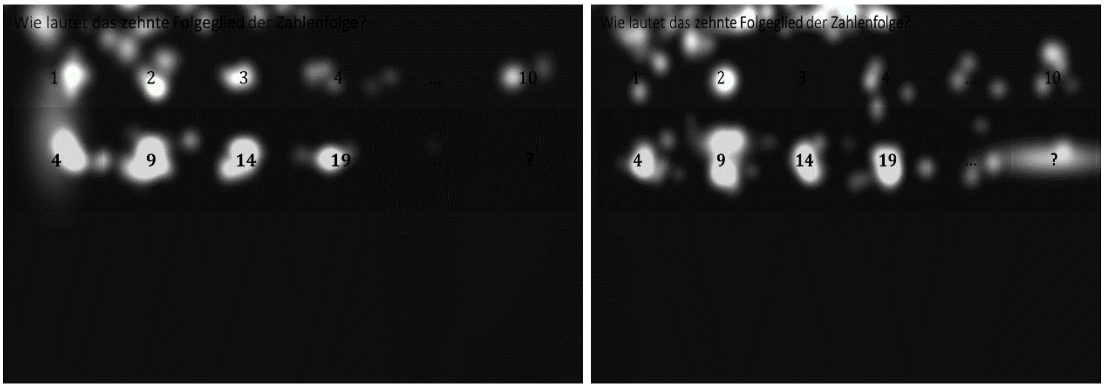


Abb. 13: Focus Map des Anfangsstimulus (1) (0,25-8,00s) für die Hochbegabten (links) und die Normalbegabten (rechts) mit Fokus auf F1 bei der Aufgabe C1.1

(Bei dem Vergleich dieser beiden Bilder fällt sekundär auch der angesprochene Umstand der von den Normalbegabten länger betrachteten Frage auf.)

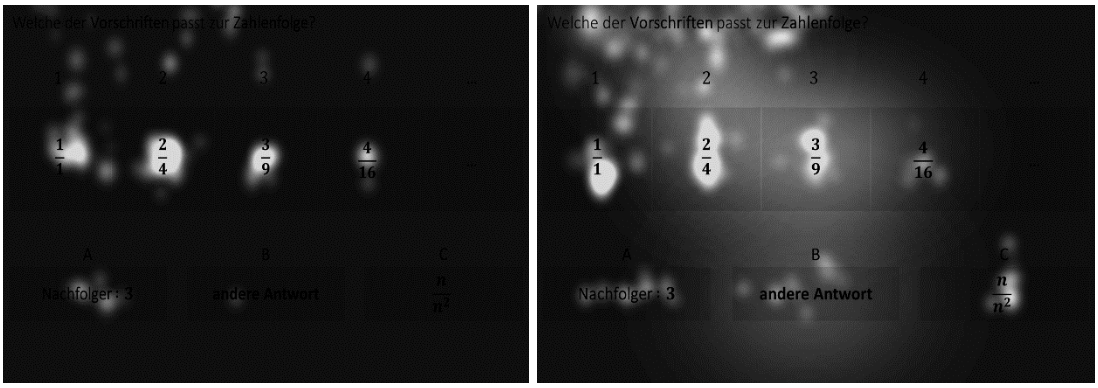


Abb. 14: Focus Map des Anfangsstimulus (1) (0,25-8,00s) für die Hochbegabten (links) und die Normalbegabten (rechts) mit Fokus auf die Zahlenfolge (F2) bei der Aufgabe C4.5

Der Vergleich dieser beiden letzten Bilder erweckt außerdem den Eindruck, dass die Hochbegabten wesentlich konzentrierter und fokussierter auf gleiche Ausschnitte (hier die Zahlenfolge) schauten, während das rechte Bild an allen Stellen heller erscheint und daher keine einheitlichen Blickbewegungen der Normalbegabten an dieser Stelle zu vermuten sind.

Bei den vier Aufgaben mit der Einblendung der Antworten nach acht Sekunden (2) (nachfolgende 0,00-8,00s) ist folgende Tabelle zur Übersicht mit Blick auf die Differenz der *Dwelltime* entstanden:

Tab. 4: Differenz der Dwelltime zwischen den untersuchten Gruppen – (2) Einblendung der Antworten 0,00-8,00s.

Stimulus			**Differenz Dwelltime**					
Typ			**F1**		**F2**		**A2**	
			HB %	NB %	HB %	NB %	HB %	NB %
B	**B1**	*B1.1*	2,2			30,7	-14,4	
		B1.2	0,7			2,6		10,4
C	**C1**	*C1.1*	9,1			4,6		12,4
		C1.2	5,5		-6,9			11,2
		Summe	17,5	0,0	6,9	37,9	14,4	34,0
		Anzahl	4	0	1	3	1	3
		Anteil	100%	0%	25%	75%	25%	75%
		arith. M.	**4,4%**		**6,9%**	**12,6%**	**14,4%**	**11,3%**
			bei **100 %** der Stimuli schauen die **HB** länger auf die Reihe-n -> im Mittel **4,4 %** höhere Dwelltime		bei **75 %** der Stimuli schauen die **NB** länger auf die Reihe-Folge -> im Mittel **12,6 %** höhere Dwelltime		bei **75%** der Stimuli schauen die **NB** länger auf die Antwortfolge -> im Mittel **11,3%** höhere Dwelltime	

Bei 100% der vier Stimuli schauten die Hochbegabten wiederholt länger auf die *Reihe-n* (F1), bei 75 % schauten die Normalbegabten in diesem Betrachtungsraum länger auf die Reihe mit der zu betrachtenden Folge (F2) und sie setzten sich ebenfalls bei 75% der vier Stimuli länger mit der Reihe mit den Antwortmöglichkeiten auseinander (A2). Für die AOI F2 ist die *Dwelltime* im Mittel um 12,6% und für die AOI A2 im Mittel um 11,3% deutlich erhöht.

Da aufgrund der Konstruktion des Experiments an dieser Stelle nur vier Aufgaben miteinander verglichen werden können, fällt die dargestellte Auswertung nicht so sehr ins Gewicht wie diejenige für den Zeitraum des Anfangsstimulus (1). Auch muss erwähnt sein, dass nur grobe AOIs betrachtet wurden und daher quantitativ keine genaueren Aussagen getroffen werden können, welche Zahlen oder Antworten im Besonderen mittels Fixationen und Sakkaden betrachtet wurden. Dies wird in den nachfolgend dargestellten *Focus Maps* deutlich, die hervorheben sollen, dass die *Reihe-n* von den Hochbegabten und die Antwortmöglichkeiten von den Normalbegabten innerhalb der ersten acht Sekunden nach Einblendung der Antworten länger betrachtet wurden.

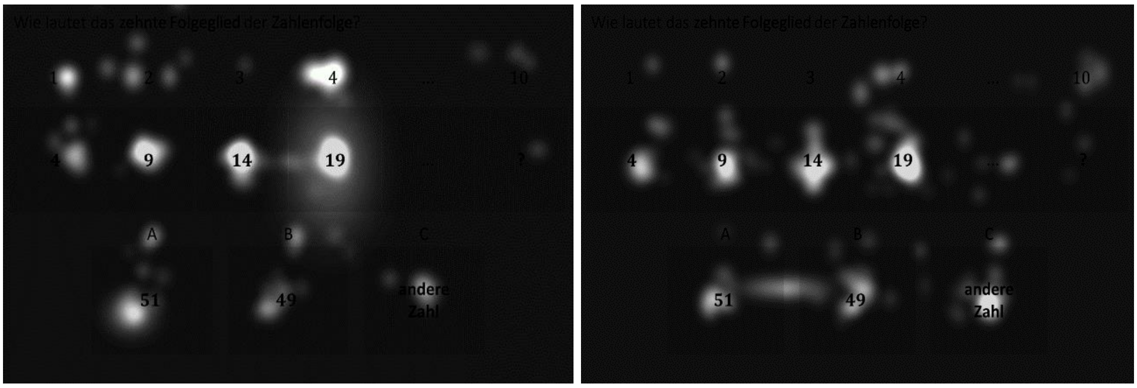


Abb. 15: Focus Map des Zeitraumes nach Einblendung der Antworten (2) (0,0-8,00s) für die Hochbegabten (links) und die Normalbegabten (rechts) mit Fokus auf F1 (HB=9,1% höhere Dwelltime) und A2 (NB=12,4% höhere Dwelltime) bei der Aufgabe C1.1

Dieses optische Darstellungsmittel macht z.B. deutlich, dass sich die Leistungsstarken scheinbar besonders für die 4. Stelle interessiert haben; dies geht aus den in der Tabelle dargestellten Zahlen nicht hervor. Für weitere Auswertungen auf dieser Ebene müssten also zukünftig feinere AOIs definiert werden. Für den Zweck dieser Arbeit sind die bisherigen Erkenntnisse dennoch ausreichend.

Die vorgestellten qualitativen Darstellungsmittel der Analysesoftware BeGaze sollen nun genutzt werden, um weitere Beobachtungen, die z.T. schon während der Aufnahmen und z.T. bei Durchsicht der Daten gewonnen wurden, zu verdeutlichen; allerdings wurden diese bisher nicht mit geeigneten quantitativen Mitteln untersucht und müssen somit als erste Tendenzen oder Hinweise interpretiert werden. Sie zeigen aber interessante Ansätze und sollen daher unbedingt Erwähnung finden:

1) Bei den Hochbegabten zeigte sich gehäuft die in Kapitel 3.2 erläuterte explizite Vorgehensweise, die bei einigen Aufgaben des Experiments durchaus einen effektiven Zugang darstellt. Bei den Normalbegabten zeigte sich dieser Umstand weniger. In der Darstellung des *Scan Paths* wird die explizite Vorgehensweise durch erkennbare Rechteckmuster deutlich; die konkrete Stelle für „n“ wird mit dem zugehörigen Folgeglied in Beziehung gesetzt. Hier wird allerdings nicht berücksichtigt, ob eine korrekte Antwort auf die Frage gefunden wurde und ob bzw. wie diese begründet wurde. Es soll lediglich das beobachtete Blickmuster hervorgehoben werden:

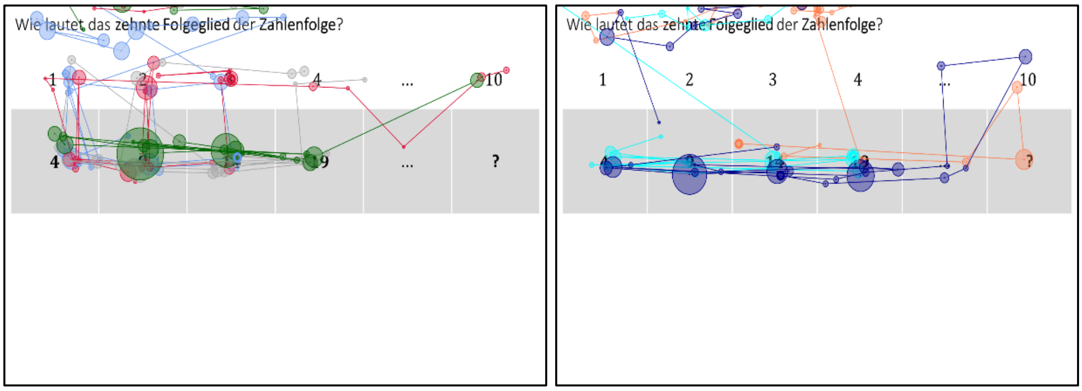


Abb. 16: Scan Paths für den Anfangsstimulus (1) (0,25-8,00s) für die Hochbegabten (links) und die Normalbegabten (rechts) mit Fokus auf die explizite Vorgehensweise bei der Aufgabe C1.1

2) An die erste Beobachtung schließt sich an, dass die explizite Betrachtungsweise eine Strategie bei einigen Hochbegabten (P01 und P02) zur Inspizierung einer Aufgabe gewesen sein könnte, da sie auch bei Aufgaben auftauchte, bei denen ein rekursiver Zugang effektiver war. Dieses Verhalten ist besonders bei den Aufgaben des Typs C, also bei Zahlenfolgen, aufgefallen. In der nachfolgend dargestellten Aufgabe wird sogar explizit nach einer passenden rekursiven Vorschrift gefragt; es ist allerdings nicht klar, inwiefern dies in den ersten acht Sekunden bewusst von den Probanden/innen berücksichtigt wurde. Verglichen werden die *Scan Paths* von allen Hochbegabten (bei P09 (grün) wird eine rekursive Vorgehensweise besonders deutlich) mit denen von P01

(rot) und P02 (blau). Die Normalbegabten zeigten auch hier kein explizites Blickmuster:

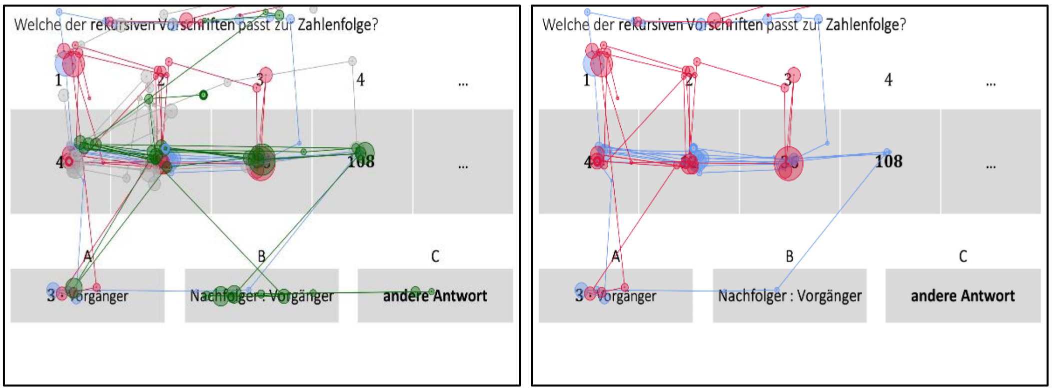


Abb. 17: Scan Paths für den Anfangsstimulus (1) (0,25-10,00s) für alle Hochbegabten (links) und P01 und P02 (rechts) mit Fokus auf eine möglicherweise explizite Strategie am Beispiel der Aufgabe C2.2 mit einer rekursiven Zahlenfolge

3) Bei dem bisher nicht quantitativ betrachteten Zeitraum nach Auswahl einer Antwort und dann erfolgter Einblendung der Aufforderung zur mündlichen Erklärung der Vorgehensweise (3) wurden exemplarisch bei der Aufgabe C4.2 die ersten acht Sekunden qualitativ mit der *Scan Path*-Darstellung betrachtet. Deutlich wird, dass die Hochbegabten sehr viel fokussiertere und kontrolliertere Blickbewegungen zu tätigen schienen, während die Normalbegabten keinerlei Muster und Regelmäßigkeiten aufzuweisen schienen und zerstreuter wirkten.

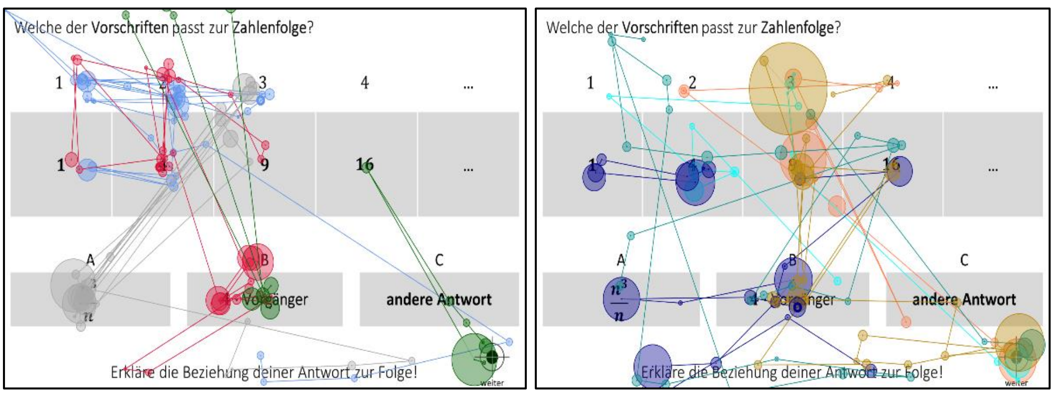
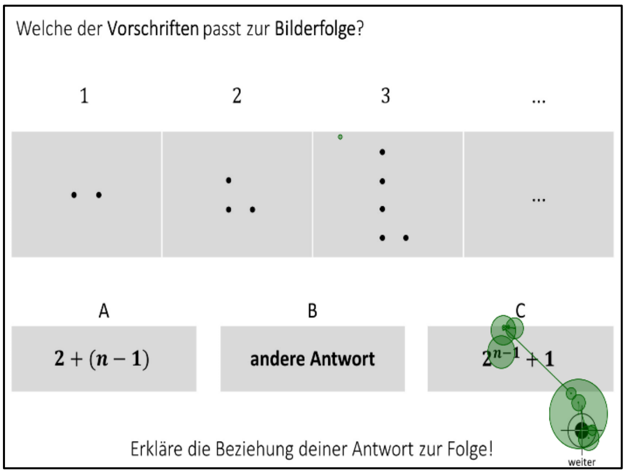


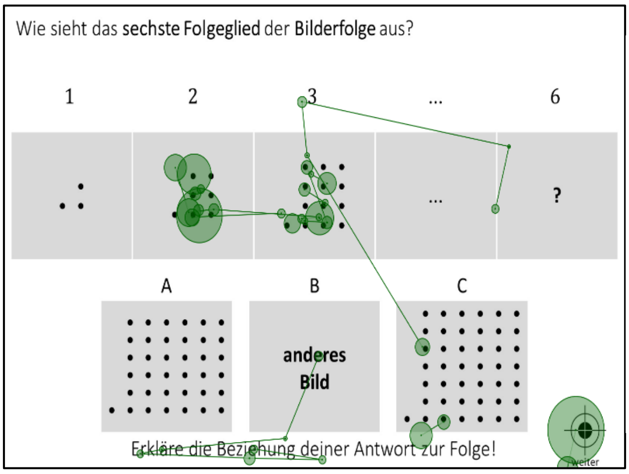
Abb. 18: Scan Paths für den Zeitraum nach der Antwortauswahl (3) (0,00-8,00s) für die Hochbegabten (links) und die Normalbegabten (rechts) mit Fokus auf „Ordnung“ bzw. „Unordnung“ am Beispiel der Aufgabe C4.2

4) Eine weitere Beobachtung ist, dass die Blickbewegungen mit den mündlichen Erklärungen synchronisiert zu sein schienen. Dies ist nur auszugsweise überprüft worden und besonders bei P08 (grau) und P09 (grün) aufgefallen, die sich dadurch auszeichneten, z.T. sehr knappe, aber präzise nachvollziehbare Erklärungen für ihre Vorgehensweise gefunden zu haben. Nachfolgend werden für drei ausgewählte Aufgaben die *Scan Paths* mit den zugehörigen transkribierten Erklärungen dargestellt (transkribiert wurde nach den Regeln des einfachen Transkriptionssystems von Dresing und Pehl, 2013, mit Fokus auf den Inhalt des Gesagten). Besser nachvollziehbar ist diese Beobachtung vor allem im zeitlichen Ablauf, also bei Betrachtung von Videoausschnitten. Die erstellten Screenshots, die am Ende der in der jeweiligen Klammer festgehaltenen Zeitausschnitte erstellt wurden, heben trotzdem die Areale hervor, die mündlich beschrieben und auch angeschaut wurden.



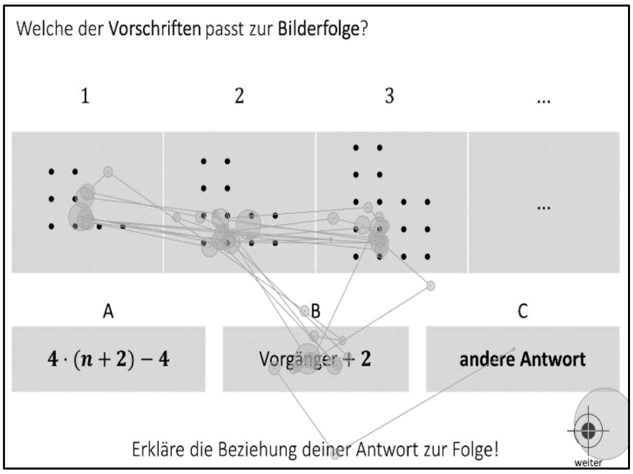
„Wenn man eine Zahl für n einsetzt, kommt das richtige Ergebnis raus.“ [P09, ca. 3s]

Abb. 19: Durch Blickbewegungen reproduzierte Erklärungen bei Aufgabe B3.2



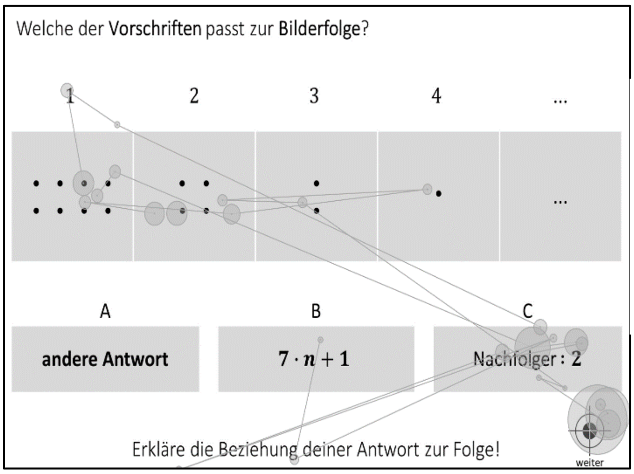
„Weil, äh, ich habe die Punkte gezählt unten am Rand, ne? Wenn man bei zwei, haben wir ja quasi, wenn man den unteren Strich abzieht zwei in die Höhe, bei drei drei, dementsprechend müssten bei sechs sechs hoch sein und unten die Linie, wenn man den ersten Punkt abzieht, muss auch sechs lang sein.“ [P09, ca. 18s]

Abb. 20: Durch Blickbewegungen reproduzierte Erklärungen bei Aufgabe B1.1



„Ich würde sagen, nicht Vorgänger plus zwei, sondern Vorgänger plus vier.“ [P08, ca. 15s]

Abb. 21: Durch Blickbewegungen reproduzierte Erklärungen bei Aufgabe B4.2



„Würde ich sagen, weil es nicht der Nachfolger geteilt durch zwei, sondern der Vorgänger geteilt durch zwei ist.“ [P08, ca. 10s]

Abb. 22: Durch Blickbewegungen reproduzierte Erklärungen bei Aufgabe B4.4

Insgesamt lässt sich sagen, dass die mündlichen Erklärungen lediglich bei P08 und P09 durchweg, bei P01 und P02 z.T. nachvollziehbar waren. Bei der Gruppe der Normalbegabten fielen die Begründungen für eine gefundene Lösung sehr knapp aus und waren auch nicht immer verständlich. Da zu diesem Zeitpunkt der Auswertung nur grobe AOIs definiert wurden und daher z.B. nicht gesagt werden kann, welcher Punkt in einem Punktmuster wie lange und in welcher Reihenfolge angeschaut wurde, kommt den Erklärungen der Teilnehmenden für die Verstehbarkeit ihrer Gedankengänge noch eine hohe Bedeutung zu.

5) Eine letzte, wichtige Beobachtung ist - und das muss bei allen vorangestellten Ergebnissen berücksichtigt werden -, dass letztendlich nur bei P08 und P09 sicher gesagt werden kann, dass der Bedeutungsgehalt der Variablen „n“ und damit die Vorschriften richtig verstanden und interpretiert wurden. Dies spiegelt sich in der hohen Erfolgsquote wider und zeigt sich auch in den Erklärungen, in

denen „n“ immer wieder in richtigen Zusammenhängen Erwähnung fand. Niveauunterschiede zu P01 (Mathematiknote: 2) und P02 (Mathematiknote: 3), die in dieser Studie ebenfalls zur Gruppe der Hochbegabten zählen, sind auf diese Weise deutlich geworden. Besonders die Gruppe der Normalbegabten hat, neben „n“, ebenso die Begriffe „Vorgänger“ und „Nachfolger“ nicht konsequent richtig anwenden können; dieser Umstand könnte ein Grund für die niedrigere Erfolgsquote und die unverständlichen Erklärungen sein. Ab der Aufnahme von P06 wurden die Begrifflichkeiten durch die Versuchsleiterin ergänzend erklärt. Dies schien allerdings bei P06 und P07 nicht den gewünschten Effekt zu haben und schmälert bedauerlicherweise die Vergleichbarkeit zu den vorherigen Teilnehmenden (s. Kapitel 3.5). P08 und P09 hingegen (Mathematiknote beider Jugendlichen: 1) konnten von sich aus schon sicher mit den Begrifflichkeiten umgehen.

Auch, wenn nicht alle Erklärungen transkribiert wurden, lässt sich sagen, dass in der Gruppe der Hochbegabten P08 (96% richtige Antworten) die einzige Teilnehmende war, die im Speziellen bei den Aufgaben mit den Punktmustern, die vorgegebenen Vorschriften (Aufgaben des Typs B2-B4) z.T. geometrisch interpretiert hat (s. Abb. 9; s. Kapitel 3.4). P09 (82% richtige Antworten) hingegen hat vornehmlich die Punkte in den Mustern gezählt und für „n“ eingesetzt. Dieses Vorgehen kann zukünftig besser mit feineren AOIs überprüft werden. P01 bemerkte außerdem am Ende, dass er nicht wusste, ob er Korrekturen vornehmen dürfe und hat somit darauf verzichtet, während P02 z.B. sehr häufig nicht mit den Antwortvorgaben gearbeitet (daher nur 50% richtige Antworten) und versucht hat, seine eigenen, gefundenen Muster zu benennen (allerdings ohne Verwendung der Symbolsprache und mit hohem zeitlichen Aufwand). Das erschwert die Interpretation ihres Vorgehens. Folglich konnten zwar Strukturen in den Folgen von allen Teilnehmenden unterschiedlich gut erkannt werden, ein erfolgter Repräsentationswechsel zwischen der bildlichen und der symbolisch-algebraischen Darstellungsebene konnte allerdings nur bei einer Probandin beobachtet werden. Das Konzept der Variable und die Grundvorstellungen zu „n“ konnten besonders bei den Normalbegabten nicht gänzlich aufgerufen werden, d.h. entscheidende Verallgemeinerungs- und Abstraktionsschritte konnten nicht vollzogen werden.

3.4 Diskussion und Einordnung der Ergebnisse

Wie lassen sich die dargestellten Ergebnisse nun einordnen?

Zunächst soll festgehalten werden, dass es sich bei der Gruppe der Hochbegabten um eine sehr heterogene Gruppe handelt. Die Altersspanne reicht von 12-14 Jahren; die jüngsten besuchen die 8. Klasse (P01/P02), Probandin 08 und Proband 09 sind in der 10. Klasse. Auch, wenn alle als leistungsstark gelten und auch so wahrgenommen wurden, ist von einem unterschiedlichen Erfahrungswert mit der mathematischen Symbolsprache auszugehen. Alle Jugendlichen der Vergleichsgruppe gehen in dieselbe 9. Klasse, weswegen bei allen von einer ähnlichen Ausgangssituation bezüglich des Erfahrungsschatzes in der Mathematik auszugehen ist. In Zukunft sollten für eine höhere Vergleichbarkeit einheitliche Kriterien für die Rekrutierung der Teilnehmenden festgelegt und bei der Auswahl konsequent berücksichtigt werden (s. Kapitel 3.5).

Nachfolgend werden zunächst die qualitativen und nicht quantitativ gesicherten Ergebnisse diskutiert (1), die als Eindrücke und Hinweise verstanden werden können; im Anschluss erfolgt eine Einordnung der (2) bisher festgestellten quantitativ-deskriptiven und damit fundierteren Zusammenhänge:

Die Beobachtung, dass die Gruppe der Hochbegabten deutlich mehr Zeit für die (erfolgreiche) Bearbeitung der Aufgaben verwendete (s.o.), könnte sich z.B. mit begabungsstützenden Persönlichkeitseigenschaften wie Anstrengungsbereitschaft und Konzentrationsfähigkeit (s. Modell von Käpnick und Fuchs, 2006) oder intrapersonalen Katalysatoren wie Motivation und Selbstvertrauen (s. Gagné, 2000) erklären lassen. Die höhere Erfolgsquote, insbesondere bei P08 und P09, macht außerdem deutlich, dass in den Bilder- und Zahlenfolgen häufiger Muster erkannt und mit den vorgegebenen Antworten in Beziehung gesetzt werden konnten. Die „Fähigkeit zum formalisierten Wahrnehmen mathematischen Materials“ im Sinne der Muster- und Strukturerkennung nach Krutetskii (1976) bzw. die „Fähigkeit des Strukturierens mathematischer Sachverhalte“ nach Käpnick und Fuchs (2006) scheint sich hier zu bewahrheiten. P09 zeichnete sich dabei außerdem durch eine hohe Erfolgsquote (82%) *und* eine hohe Bearbeitungsgeschwindigkeit aus (32 Minuten: Beobachtung eines besonders schnellen Einsetzens von Werten für „n“ und Berechnens des Positionswertes) (im Vergleich zu P08 mit 96% und 54 Minuten), was auf eine „hohe Geschwindigkeit der Denkprozesse“ und eine „besondere Rechenfähigkeit“ im Sinne einer spezifischen Begabungsausprägung, so wie Krutetskii sie dargestellt hat (s. Kapitel 2.2.1), hindeuten könnte.

(1) Qualitativ lässt sich sagen, dass P08 in ihren Erklärungen, die während der Aufnahme live verfolgt und später auszugsweise wiederholt angeschaut wurden, an angebrachten Stellen geometrisch argumentiert hat und damit einen Darstellungswechsel von der Vorschrift (symbolisch-algebraisch) zum Punktmuster (bildlich/graphisch) vollziehen konnte (s. z.B. Kapitel 2.3.1.2). Dieses Vorgehen zeigt, dass sie das Konzept der Variable in diesem Kontext sicher anzuwenden wusste und eine Verallgemeinerung auf symbolsprachlicher Ebene vollziehen konnte; sie kann daher als besonders leistungsstark eingeordnet werden. Ein Unterschied zwischen P08 und P09, der wiederholt bisher nur qualitativ bestimmt werden konnte und daher wage ist, scheint zu sein, dass P08 die dargebotenen, verallgemeinerten Vorschriften mit der Unbestimmten „n" eher nutzte, um die mathematische Struktur zu beschreiben, während P09 diese zur Berechnung der Positionswerte gebrauchte. Die erste Strategie ist mathematisch gehaltvoller, während die zweite Strategie besonders P09 aufgrund seiner Rechengeschwindigkeit aber zu einer schnelleren, richtigen Lösung zu verhelfen schien (s. S.34).

Amit und Nerias (2008) Erkenntnisse sollen nachfolgend zu dem qualitativen Teil der Auswertung in Beziehung gesetzt werden (s. Kapitel 2.2.3.1): Alle Teilnehmenden konnten unterschiedlich gut Muster in den Bilder- und Zahlenfolgen erkennen (s. Erfolgsquote). Sie machten sich eine *operative Strategie* zunutze (s.o.), indem sie die Zahlen- und Punktmuster der unterschiedlichen Stellen miteinander auf Gleiches und Verschiedenes untersuchten, also rekursiv betrachteten. Allerdings hat die Gruppe der Normalbegabten die Variable „n" und auch die Begriffe „Vorgänger" und „Nachfolger", wie es sich während der Aufnahmen und bei der Durchsicht der Daten zeigte, nicht sicher verstanden; bei P01 und P02 war ebenfalls ein unsicherer Umgang mit der Variablen erkennbar. Die Normalbegabten verzeichneten eine geringere Erfolgsquote, was, neben den nicht verstandenen Begriffen, mit ihrer weniger stark ausgeprägten Fähigkeit, Muster und Strukturen zu erkennen, zusammenhängen könnte; ihre Abstraktionsleistung fiel insgesamt geringer aus, das Konzept oder die Grundvorstellung der Variablen scheint nicht sicher verstanden worden zu sein und konnte daher auch nicht in unterschiedlichen Darstellungsformen angewandt werden. Die Kenntnis der zur Prüfung des Wahrheitsgehaltes der gegebenen Aussagen notwendigen Fach- bzw. Symbolsprache war scheinbar nicht gegeben (s. Wagenscheins „Sprache des Verstandenen", 1968). P01 und P02 sind dagegen noch sehr jung (12 bzw. 13 Jahre alt und in der 8. Klasse) und könnten zum Aufnahmezeitpunkt zu wenig Erfahrung im Umgang mit Variablen gehabt haben. Die beiden letztgenannten Probanden haben trotzdem einige, interessante Muster erkannt, die sie dann mit eigenen Worten und weniger unter Rückgriff auf die Vorschriften beschrieben haben. Der Grad der Verallgemeinerung und Abstraktion fiel daher eher gering aus, Muster in den Zahlen- und Bilderfolgen konnten trotzdem lokal beschrieben werden. Die vorgegebenen rekursiven und expliziten Vorschriften, die formal-symbolische Regeln für die präsentierten Muster darstellen, konnten also nur von P08 und P09 sicher angewandt werden. Die tiefergehende Struktur der Folgen, die sich durch die (Teil-)Terme der Vorschriften darstellen lässt, konnte von ihnen oftmals erfasst werden (nach Amit und Neria: *konzeptionelle Strategie)*. P08 bezog die Teilterme dabei z.T. auf geometrische Eigenschaften der Punktmuster und verzichtete weitestgehend auf Abzählen und Einsetzen. Es sollte in Zukunft überprüft werden, ob andere Hochbegabte dies auch tun und inwiefern dies als Qualitätsmerkmal zu werten ist.

In der Auswertung wurde auch festgehalten, dass die Hochbegabten häufig ein „explizites Blickmuster“ zeigten, während die Normalbegabten dies nicht taten und eine rekursive Betrachtungsweise vorzuziehen schienen. Das heißt, die Leistungsstarken nahmen die Eigenschaften eines konkreten Einzelbildes an einer konkreten Position in den Blick und versuchten mittels dieser Strategie ein Muster zu erkennen. Dies stellt einen besonders abstrakten und qualitativen Zugang dar und rekurriert direkt auf die Funktion der Variablen „n“ in den Vorschriften (s. S.36). Bemerkenswert ist, dass P01 und P02, obwohl „n“ nicht sicher angewendet, dieses Blickmuster als Strategie zu nutzen schienen, da sie es auch anwandten, wenn explizit nach einem rekursiven Zusammenhang gefragt war. Vielleicht handelt es sich dabei um ein Suchverhalten zum Finden eines Musters. Die Normalbegabten zeigten dieses Blickmuster nicht in dieser Häufigkeit, es könnte sich dabei um ein gruppenspezifisches Merkmal handeln. Eine quantitative Untersuchung dieses Sachverhalts ist in Zukunft von Nöten.

Der Umstand, dass insbesondere bei P08 und P09 eine Synchronisation von Blickbewegung und mündlicher Erklärung festgestellt werden konnte, unterstützt die in Kapitel 3.1 dargelegte Prämisse der Gleichsetzung von optischem und kognitivem Fokus. Alle anderen Teilnehmenden erklärten weniger verständlich und präzise, was mit einer Unsicherheit im Umgang mit der Aufgabe und/oder mit einer Schwierigkeit bei der Versprachlichung der Gedankengänge zusammenhängen könnte. Dass auch an dieser Stelle P08 und P09 hervorstachen, könnte auf eine besondere Leistungsstärke auch im sprachlichen Bereich hinweisen.

Sehr bedeutend sind in diesem Zusammenhang die erfassten (2) quantitativen Zusammenhänge: Bemerkenswert ist nämlich, dass bei 82% der Stimuli die Normalbegabten der Frage- bzw. Aufgabenstellung, also dem textlichen Anteil der Aufgabe, längere Aufmerksamkeit schenkten. Im Mittel handelt es sich dabei zwar nur um eine um 4,3% höher liegende *Dwelltime*, allerdings fiel diese bei 4/5 aller Aufgaben (unterschiedlich) höher aus. Die Normalbegabten hielten sich also länger mit dem Text auf, was mit den in Kapitel 2.3.2 dargestellten Erkenntnissen zur Sprachkompetenz zusammenhängen könnte. Dieses eventuell gruppenspezifische Verhalten ist mit einer größeren Stichprobe und anhand von textlastigeren Stimuli zu überprüfen. Die von Prediger et al. (2015) dargestellten Lesehürden und mathematisch-konzeptuellen Hürden, die eng mit Lese- und Sprachrezeptionsschwierigkeiten in Verbindung stehen, könnten sich hier auch zeigen bzw. bei den Hochbegabten weniger zeigen. Hier bietet sich die Chance an, den Zusammenhang zwischen mathematischen Erfolg und sprachlichem Gelingen näher zu untersuchen.

Sowohl in den ersten acht Sekunden der ersten Präsentation der Aufgaben (bei 68% der Stimuli), als auch in den ersten acht Sekunden nach Einblendung der Antworten bei den vier gesondert gestellten Aufgaben (bei 100% der Stimuli), schauten die Hochbegabten länger auf die *Reihe-n*. Diese Erkenntnis unterstützt die oben dargestellte, qualitative Beobachtung des expliziten Zugangs und der „Rechteck-Blickmuster“ bei den Leistungsstarken, denn in diesem Zusammenhang muss mit den konkreten Stellen von „n“ gearbeitet werden. In Zukunft müsste allerdings differenziert werden, ab wann ein expliziter Zugang sinnvoll und ökonomisch ist und ob Ökonomie und Sinnhaftigkeit darüber entscheiden, welcher Zugang gewählt wird. Vielleicht handelt es sich auch vielmehr um eine strategisches Suchverhalten; dieses wiederum könnte aber auch Niveauunterschiede in der Begabung entlarven, da Hochbegabte aufgrund von Begabung und Erfahrung gezielter und strategischer und weniger suchend handeln könnten, was dem Begabungsmerkmal „Streben nach Klarheit, Einfachheit, Ökonomie und Rationalität von Lösungen“ von Krutetskii (s.o.) entsprechen würde. Wie im vorherigen Kapitel dargestellt, schienen die Hochbegabten fokussierte und konzentrierte Blickbewegungen zu tätigen, was auf eine gezielte Informationsaufnahme und -bearbeitung hinweisen und mit ihrem mathematischen Leistungspotential zusammenhängen könnte.

Dass die Hochbegabten außerdem beim *stimulus onset* bei 75 % der Aufgaben länger auf die zu bearbeitende Folge schauten, könnte für ein konzentrierteres Auseinandersetzen mit der Struktur der Folge im Vergleich zu den Normalbegabten zusammenhängen. Wie bereits erläutert, setzten sich die Normalbegabten in diesem Zeitraum auch länger mit der Aufgabenstellung auseinander und waren vielleicht noch nicht bereit, die Folge auf Muster zu untersuchen. Nach Einblendung der Antwortmöglichkeiten setzte sich die letztgenannte Gruppe hingegen länger mit der Folge (bei 75% der vier Aufgaben) und auch länger mit den Antwortoptionen (bei 75% der vier Aufgaben) auseinander. Vielleicht fand hier ein Abgleich der Folge mit den Antworten statt, da zuvor noch kein Muster selbstständig erkannt werden konnte. Diese Interpretationen sind allerdings nur Mutmaßungen und bedürfen unbedingt einer quantitativen Kontrolle mittels feinerer AOIs. Auch sollte bedacht werden, dass bisher nur kurze Zeiträume vergleichend analysiert wurden.

3.5 Kritische Reflexion der eigenen Vorgehensweise

Ausgehend von der Prämisse, dass ein Begabungspotenzial nur dann zum Ausdruck kommen kann, wenn die Situationen, in denen die Begabung gezeigt werden soll, auch das Potenzial haben, dieses aufzudecken (s. Kapitel 2.2.2), muss die vorliegende, als Pilotierung aufzufassende Studie kritisch reflektiert werden. Der Zweck einer Pilotierung ist, erste Erkenntnisse zu sammeln und die Studie im Hinblick auf ihre Validität zu überprüfen.

Folgendes ist während der Durchführung und auch im Hinblick auf die Auswertung aufgefallen und bedarf daher der Verbesserung (die nachfolgenden Punkte sind als Verbesserungsvorschläge zu werten):

(1) Die zukünftige Probandengruppe müsste nach einheitlicheren Kriterien ausgewählt werden. Alter und Klassenstufe sollten gleich sein (z.B. 10. Klasse und ein Alter von 14-15 Jahren). Es könnte auch überlegt werden, ob die zukünftig zu rekrutierenden Hochbegabten z.B. durch die Teilnahme an der Mathematik-Olympiade oder die Testung auf Hochbegabung geeint werden. Hierzu sollte eine einheitliche Entscheidung getroffen werden.

(2) Das Verständnis von den in der Studie verwendeten Begrifflichkeiten muss gesichert sein. Die „Einführung in die Begrifflichkeiten“ sollte dahingehend modelliert werden und auf eine mündliche Erklärung durch die Versuchsleiterin/den Versuchsleiter sollte zukünftig verzichtet werden. Eine durchgängige Vergleichbarkeit kann hier nämlich sonst nicht gewährleistet werden.

(3) Statt einer „anderen Antwort“, sollte alternativ z.B. „deine Antwort“ in den Antwortmöglichkeiten angeboten werden, damit Muster aktiv gesucht, erklärt und nicht nur ausgeschlossen werden. In der Auswertung muss zwischen denjenigen Stimuli unterschieden werden, die die richtige Antwort enthalten, und denjenigen, die die richtige Antwort nicht enthalten. Es muss überprüft werden, inwiefern sich die sich dabei ereignenden kognitiven Prozesse unterscheiden; z.B. wird entweder eine Antwort angeschaut und bewertet oder eine Antwort wird aktiv in den eigenen Gedanken konstruiert.

(4) Bei einer kleineren Stichprobe könnte es sinnvoll sein, die Erklärungen zu transkribieren und nach einer geeigneten Methode auszuwerten. Vielleicht erübrigt sich dies, wenn eine größere Stichprobe und feiner definierte AOIs mehr quantitativ aussagekräftige Ergebnisse liefern und Blickmuster deutlich machen.

(5) Der Zeitraum nach einer von dem Probanden/der Probandin ausgewählten Antwort und eingeblendeter Aufforderung zur Erklärung muss quantitativ zugänglich gemacht werden. Man könnte z.B. einen Zeitraum von acht Sekunden festlegen und Teilnehmende, die vor Ablauf dieser Zeit zur nächsten Aufgabe übergehen, bewusst ausschließen. Und/oder man vergleicht nur das Verhalten derjenigen Teilnehmenden, die dieselbe Antwort ausgewählt haben. Dieses Datenmaterial muss in Zukunft unbedingt quantitativ verwertbar sein, damit wichtige, mögliche Erkenntnisse nicht verloren gehen.

3.6 Ausblick

In Zukunft sollen in dem Projekt „Psycholinguistische Untersuchung von Hochbegabung in Mathematik und Sprache“ unter anderem folgende Zusammenhänge mit Hilfe der Eye-Tracking-Methode näher untersucht werden: das visuelle Rezeptionsverhalten bei der Bewältigung mathematischer Aufgaben, die mehr *verbale/textuelle* Sprachanteile verwenden; das visuelle Verhalten mehrsprachiger bzw. sprachbegabter Lernender beim mathematischen Problemlösen im Vergleich zu mathematisch Hochbegabten und die Bedeutung der Variable des Geschlechts in Bezug auf das mathematische Leistungspotenzial. All diese Stufen sollen aufeinander aufbauen und miteinander in Beziehung gesetzt werden. Zu letzterem Punkt ist zu sagen, dass Benölken (2011, 2014) mittels quantitativer (z.B. Fragebogenanalysen) und qualitativer Studien (z.B. Fallstudien, halbstandardisierte Leitfadeninterviews) bereits geschlechts- und begabungsspezifische Besonderheiten bei als mathematisch begabt identifizierten Mädchen feststellen konnte (vgl. 2011, S.452 ff.). Ausgehend von der Feststellung der Unterrepräsentanz von Mädchen und Frauen in mathematischen (und auch technischen und naturwissenschaftlichen) Projekten, Wettbewerben, Begabtenförderungen, Bildungsgängen und Berufsfeldern bei gleichzeitiger Annahme gleicher Begabungspotentialen bei beiden Geschlechtern untersuchte er z.B. leistungsmotivationale Faktoren wie das Selbstkonzept, Ursachenzuschreibungen für Leistungsergebnisse (Attributionen) und Interessen bei mathematisch begabten und nicht begabten Jungen und Mädchen im Grundschulalter (vgl. 2014). Von besonderem Interesse war für ihn dabei die Bedeutung motivationaler Faktoren für die Identifikation mathematischer Begabungen bei Mädchen. Besonders interessant ist dabei das Ergebnis, dass bei als nicht mathematisch begabt identifizierten Mädchen dysfunktionale Selbstkonzepte und Attributionsmuster (Erfolg wird externalen, variablen Faktoren zugeschrieben, während Misserfolge auf internale, stabile Faktoren zurückgeführt werden) häufiger als bei als mathematisch begabt identifizierten Mädchen und Jungen und bei als nicht mathematisch begabt identifizierten Jungen festgestellt werden konnten. Benölken (2014) schlussfolgert daraus die mögliche These, dass wegen dieser dysfunktionalen Ausprägungen und der daraus resultierenden Unauffälligkeit, potentielle Begabungen bei Mädchen weniger erkannt werden (vgl. S.151). Negative Selbstkonzepte könnten außerdem dazu führen, dass mathematisch potentiell begabte Mädchen andere Interessen verfolgen, da sie sich selbst nicht als begabt empfinden. Die Eye-Tracking-Methode könnte an dieser Stelle versteckte mathematische Begabungspotenziale entlarven, indem möglicherweise spezifische, für Begabte typische Wahrnehmungsstrukturen und -strategien bei Mädchen identifiziert werden.

4. Fazit

Das Ziel der vorliegenden Arbeit war, einen ersten Zugang zu den in der Einleitung vorgestellten Forschungsfragen zu erlangen und erste Tendenzen bezüglich einer Beantwortung dieser festzuhalten:

Wie gehen mathematisch hochbegabte Jugendliche mit der mathematischen Sprache und Symbolik um? Worauf legen sie ihre Aufmerksamkeit bei der Problembearbeitung? Unterscheidet sich ihre Lesestrategie von der nicht mathematisch Begabter? Lassen sich besondere Wahrnehmungsstrukturen und mathematische Strategien identifizieren, die zu Effizienz und Erfolg führen?

Welche Erkenntnisse, die in der Pilotierung bei der Betrachtung grober Areas of Interest gewonnen wurden, sollten nun näher (quantitativ) untersucht und überprüft werden, um einer Beantwortung der Forschungsfragen näher zu kommen?

(1) Mathematisch Begabte scheinen sich im Vergleich zu nicht mathematisch Begabten konzentrierter, fokussierter, sowie erfolgreicher und mit einer größeren Ausdauer mit den Aufgaben auseinanderzusetzen (s. Bearbeitungszeit und Abb. 18).

(2) Sie entdecken häufiger Muster und Strukturen in den dargebotenen Folgen und bewältigen diese kognitive Herausforderung besser als Normalbegabte (s. Erfolgsquote). Hier zeigen sich allerdings Niveauunterschiede, da nur zwei Hochbegabte sicher mit der Symbolsprache arbeiten konnten. Nur P08 schien außerdem Repräsentationswechsel vollziehen zu können, indem sie die (Teil-) Terme in die Strukturen der Punktmuster übersetzte.

(3) Bei den Hochbegabten handelt es sich also um eine heterogene Gruppe. Begabungsmerkmale wie eine besondere Rechengeschwindigkeit (bei P09) lassen sich z.B. identifizieren. Auch sind Unterschiede in der Qualität und Präzision der mündlichen Erklärungen auszumachen. Dies fällt aber insbesondere im Vergleich zu den Normalbegabten ins Gewicht.

(4) Textuelle Elemente der Aufgaben scheinen für die Leistungsstarken kein Hindernis darzustellen. Sie beschäftigen sich im Vergleich zu den Normalbegabten weniger mit Fragen- und Aufgabenstellungen; sie scheinen die verbalsprachlichen Elemente also schnell und sicher auffassen zu können.

(5) Die Wahrnehmungsstruktur einer expliziten Zugangsweise, die sich durch „Rechteck-Muster“ in den Blickbewegungen bemerkbar macht, fällt bei den Hochbegabten auf. Es wird dabei intensiver mit der *Reihe-n* gearbeitet. Bei einem Teil der Hochbegabten (P01/P02) schien dieser Zugang allerdings, insbesondere bei den Zahlenfolgen (Typ C), ein strategisches Suchverhalten darzustellen. Dies könnte aber auch mit der Unsicherheit mit den Begrifflichkeiten zusammenhängen. Diese Unsicherheit konnte nur bei zwei Teilnehmenden ausgeschlossen werden. Folglich schien die Grundvorstellung der Variable „n“ als „Platzhalter“ nicht bei allen Teilnehmenden ausgebildet oder abrufbar zu sein.

In Zukunft soll insbesondere der Zusammenhang zwischen mathematischer Kompetenz und sprachlichem Gelingen untersucht werden; es bietet sich also an, Punkt (4) mit einer größeren Stichprobe und textlastigeren Stimuli zu untersuchen. Dabei wird davon ausgegangen, dass mathematische Inhalte, Grundvorstellungen und Konzepte nur dann reichhaltig entwickelt und angewendet werden können, wenn Sprache, Begrifflichkeiten und Symbolik keine Hindernisse darstellen und ihre kognitive Funktion, Erkenntnisse und Wissen zu generieren, erfüllen können. Erst dann kann die Hürde des „fachsprachlichen Gebäudes“ und der durch Verallgemeinerungen stattfindenden Abstraktion, so wie sie von Winter (1996) in der zweiten Grunderfahrung, die die Mathematik ermöglicht, dargestellt wird, genommen werden. Symbolisch-algebraische Darstellungsformen, die abstrakte Symbolsprache der Mathematik, können erst dann zugänglich sein.

5. Literaturverzeichnis

Aebli, H. (1988). Begriffliches Denken. In H. Mandl & H. Spada (Hrsg.), *Wissenspsychologie*. S. 227-246. München: Psychologie Verlags Union.

Amit, M.; Niera, D. (2008). „Rising to the challenge“: using generalization in pattern problems to unearth the algebraic skills of talented pre-algebra students. *ZDM*, 40, 111-129.

Bardy, P. (2007). *Mathematisch begabte Grundschulkinder: Diagnostik und Förderung.* Berlin: Springer Spektrum-Verlag.

Behrensen, B.; Solzbacher, C. (2016). *Grundwissen Hochbegabung in der Schule.* Weinheim und Basel: Beltz-Verlag.

Benölken, R. (2011). Mathematisch begabte Mädchen – Untersuchungen zu geschlechts- und begabungsspezifischen Besonderheiten im Grundschulalter. Münster: WTM-Verlag.

Benölken, R. (2014): Begabung, Geschlecht und Motivation - Erkenntnisse zur Bedeutung von Selbstkonzept, Attribution und Interessen als Bedingungsfaktoren für die Identifikation mathematischer Begabungen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 35 (2014) 1, 129-158.

Bente, G. (2004). Erfassung und Analyse des Blickverhaltens. In R. Mangold, P. Vorderer & G. Bente (Hrsg.), *Lehrbuch der Medienpsychologie.* S.297-324. Göttingen: Hogrefe.

Berlinger, N. (2015). *Die Bedeutung des räumlichen Vorstellungsvermögens für mathematische Begabung bei Grundschulkindern – Theoretische Grundlegung und empirische Untersuchung.* Münster: WTM-Verlag.

Blake, C. (2013). Eye-Tracking. Grundlagen und Anwendungsfelder. In W. Möhring & D. Schütz (Hrsg.), *Handbuch standardisierter Erhebungsverfahren in der Kommunikationswissenschaft.* Wiesbaden: Springer Fachmedien.

Cummins, J. (2000). *Language, power and pedagogy. Bilingual children in the crossfire.* Buffalo: Multilingual Matters.

Dietrich, R.; Gerwien, J. (2017). *Psycholinguistik – eine Einführung.* (3. Auflage). Stuttgart: J. B. Metzler Verlag.

Dresing, T.; Pehl, T. (2013). *Praxisbuch Interview, Transkription & Analyse. Anleitungen und Regelsysteme für qualitativ Forschende.* (5. Auflage). Marburg. Zugriff am 19.10.2017 unter http://www.audiotranskription.de/download/praxisbuch_transkription.pdf?q =Praxisbuch-Transkription.pdf

Ehrlich, N. (2013). *Strukturierungskompetenzen mathematisch begabter Sechst- und Siebtklässler – Theoretische Grundlegung und empirische Untersuchungen zu Niveaus und Herangehensweisen.* Münster: WTM-Verlag.

Feger, B. (1988). *Hochbegabung: Chancen und Probleme.* Bern et al.: Huber.

Feger, B.; Prado, T.M. (1998). *Hochbegabung: Die normalste Sache der Welt.* Darmstadt: Primus-Verlag.

Fischer, A.; Hefendehl-Hebeker, L.; Prediger, S. (2010). Mehr als Umformen: Reichhaltige algebraische Denkhandlungen im Lernprozess sichtbar machen. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 52 (2010) 33, 1-7.

Fritzlar, T.; Käpnick, F.; Rodeck, K. (Hg.) (2006). *Mathe für kleine Asse. Empfehlungen zur Förderung mathematisch begabter Schüler und Schülerinnen im 5. und 6. Schuljahr.* Berlin: Cornelsen.

Fritzlar, T.; Heinrich, F. (2010). Doppelrepräsentation und mathematische Begabung im Grundschulalter – Theoretische Aspekte und praktische Erfahrungen. In T. Fritzlar & F. Heinrich (Hrsg.), *Kompetenzen mathematisch begabter Grundschulkinder erkunden und fördern.* (4. Auflage). S.25-44. Offenburg: Mildenberger Verlag.

Fuchs, M. (2006). *Vorgehensweisen mathematisch potentiell begabter Dritt- und Viertklässler beim Problemlösen – Empirische Untersuchungen zur Typisierung spezifischer Problembearbeitungsstile.* Berlin: LIT-Verlag.

Fuchs, M.; Käpnick, F. (Hg.) (2010). *Mathematisch begabte Kinder: eine Herausforderung für Schule und Wissenschaft.* (2. Auflage). Münster: LIT-Verlag.

Gagné, F. (2000). Understanding the Complex Choreography of Talent Development through GMGT-Bades Analysis. In K.A. Heller, F.J. Mönks, R.J. Sternberg, F. Subotnik (Hg.), *International Handbook of Giftedness and Talent.* S.62-79. Oxford: Elsevier Science.

Hefendehl-Hebeker, L. (2007). *Algebraisches Denken – was ist das?.* Zugriff am 25.10.2017 unter https://www.mathematik.tu-dortmund.de/ieem/cms/media/BzMU/BzMU2007/Hefendehl-Hebeker.pdf

Heinze, A. (2005). *Lösungsverhalten mathematisch begabter Grundschulkinder – aufgezeigt an ausgewählten Problemstellungen.* Münster: LIT-Verlag.

Heller, K. A. (Hrsg.) (2001). *Hochbegabung im Kindes- und Jugendalter.* (2. überarbeitete und erweiterte Auflage). Göttingen: Hogrefe-Verlag.

Holmqvist, K.; Nyström, M.; Andersson, R.; et al. (2015). *Eye Tracking. A comprehensive guide to methods and measures.* (First published in paperback). Oxford: Oxford University Press.

Hußmann, S.; Schacht, F. (2015). Fachdidaktische Entwicklungsforschung in inferentieller Perspektive am Beispiel von Variable und Term. *Mathematik Didaktiv,* 36, 105-134.

Kanning, U.P.; Holling, H. (1999). *Hochbegabung: Forschungsergebnisse und Fördermöglichkeiten.* Göttingen: Hogrefe.

Käpnick, F. (1998). *Mathematisch begabte Kinder*. Frankfurt a. M.: Peter Lang-Verlag.

Käpnick, F. (2010). Intuitionen – ein häufiges Phänomen beim Problemlösen mathematisch begabter Grundschulkinder. In T. Fritzlar & F. Heinrich (Hrsg.), *Kompetenzen mathematisch begabter Grundschulkinder erkunden und fördern.* (4. Auflage). S.77-93. Offenburg: Mildenberger Verlag.

Käpnick, F. (2013). Besondere visuelle Vorstellungskompetenzen – ein markantes Merkmal mathematischer Begabung? In T. Fritzlar & F. Käpnick (Hrsg.), *Mathematische Begabungen: Denkansätze zu einem komplexen Themenfeld aus verschiedenen Perspektiven*. S. 9-40. Münster: WTM-Verlag.

Käpnick, F. (2014). Besonderheiten mathematisch begabter Grundschulkinder. In F. Käpnick, *Mathematiklernen in der Grundschule.* S.213-231. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag.

Kießwetter, K. (1985). Die Förderung von mathematisch besonders begabten und interessierten Schülern – ein bislang vernachlässigtes sonderpädagogisches Problem. *MNU*, (39)5, 300-306.

Kießwetter, K. (1992). Mathematische Begabung – über die Komplexität der Phänomene und die Unzulänglichkeit von Punktbewertungen. *Der Mathematikunterricht*, (38)1, 5-17.

Klipatrick, J. (2006). *Adding it up: helping children learn mathematics.* Washington D.C.: National Ac. Press.

Krause, W.; Seidel, G., Heinrich, F. Multimodalität im Denken am Beispiel mathematischer Anforderungen. *Sitzungsberichte der Leibnitz – Sozietät*. Band 64, 135-152.

Krutetskii, V. A. (1976). *The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren.* Chicago/London: The University of Chicago Press.

Lack, C. (2009). *Aufdecken mathematischer Begabung bei Kindern im 1. und 2. Schuljahr.* Wiesbaden: Vieweg + Teubner Verlag.

Leikin, R. (2014): Giftedness and High Ability in Mathematics. In S. Lermann (Hrsg.), *Encyclopedia of Mathematics Education.* S. 247-251. Springer

Maier, H.; Schweiger, F. (1999). *Mathematik und Sprache. Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Mathematikunterricht.* Wien: öbv & hpt Verlag.

Meyer, M; Prediger S. (2012). Sprachenvielfalt im Mathematikunterricht – Herausforderungen, Chancen und Förderansätze. *Praxis der Mathematik in der Schule,* 54 (45). 2-9.

Meyer, M.; Tiedemann, K. (2017). *Mathematik und Sprache.* Berlin: Springer Spektrum.

Mönks, F.J. (1992). Ein interaktionales Modell der Hochbegabung. In E.A. Hany & H. Nickel (Hg.), *Begabung und Hochbegabung. Theoretische Konzepte – Empirische Befunde – Praktische Konsequenzen.* S.17-22. Bern: Huber-Verlag.

Nolte, M. (2000). *Rechenschwäche und gestörte Sprachrezeption – Beeinträchtigte Lernprozesse im Mathematikunterricht in der Einzelbeobachtung.* Bad Heilbrunn/Obb.: Klinkhardt-Verlag.

Nolte, M. (2013). Zum Erkennen und Nutzen von Mustern und Strukturen in Problemlöseprozessen. In T. Fritzlar & F. Heinrich (Hrsg.), *Kompetenzen mathematisch begabter Grundschulkinder erkunden und fördern.* (4. Auflage). S.11-24. Offenburg: Mildenberger Verlag.

Preckel, F.; Baudson, T.G. (2013). *Hochbegabung. Erkennen, Verstehen, Fördern*. München: C. H. Beck-Verlag.

Prediger, S. (2009). „Aber wie sage ich es mathematisch?“ – Empirische Befunde und Konsequenzen zum Lernen von Mathematik als Mittel zur Beschreibung von Welt. In D. Höttecke (Hrsg.), *Entwicklung naturwissenschaftlichen Denkens zwischen Phänomen und Systematik. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik in Dresden 2009.* S. 6-20. Berlin: LIT-Verlag.

Prediger, S.; Wessels, L. (2011). Darstellen – Deuten – Darstellungen vernetzen. Ein fach- und sprachintegrierter Förderansatz für mehrsprachige Lernende im Mathematikunterricht. In S. Prediger & E. Özdil (Hrsg.), *Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit – Stand und Perspektiven der Forschung und Entwicklung in Deutschland.* S. 163-184. Münster: Waxmann.

Prediger, S. (2013). Darstellungen, Register und mentale Konstruktion von Bedeutungen und Beziehungen – Mathematikspezifische sprachliche Herausforderungen identifizieren und bearbeiten. In M. Becker-Mrotzek, K. Schramm, E. Thürmann, H.J. Vollmer, *Sprache im Fach. Sprachlichkeit und fachliches Lernen.* S.167-183. Münster: Waxmann.

Prediger, S.; Barzel, B.; Hußmann, S.; Leuders, T. (2013). *mathewerkstatt 6.* Berlin: Cornelsen Schulverlage.

Prediger, S.; Wilhelm, S.; Büchter, A.; Gürsoy, E.; Benholz, C. (2015). Sprachkompetenz und Mathematikleistung – Empirische Untersuchung sprachlich bedingter Hürden in den Zentralen Prüfungen 10. *Journal für Mathematikdidaktik*, 36 (1), 77–104.

Renzulli, J.S. (1978). What makes giftedness. Reeaxming a definition. *Phi Delta Kappan*, 60, 180-184.

Rost, D.H.; Sparfeldt, J. R.; Schilling, S. R. (2006). Hochbegabung. In K. Schweizer (Hrsg.), *Leistung und Leistungsdiagnostik*. S. 187-222. Heidelberg: Springer Medizin.

Schnell, S.; Prediger, S. (2017). Mathematics Enrichment for All – Noticing and Enhancing Mathematical Potentials of Underpriviliged Students as An Issue of Equity. *European Journal of Science and Mathematics Education,* 5 (3), 222-242.

Schoenfeld, A.H. (1992). Learning tot hink mathematically: Problem solving, metacognition, and sensemaking in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research On Mathematics Teaching and Learning.* S.334-370. New York: MacMillan.

Schweizer, K. (2006). Intelligenz. In K. Schweizer (Hrsg.), *Leistung und Leistungsdiagnostik*. S. 2-15. Heidelberg: Springer Medizin.

Sparfeldt, J.R.; Rost, D.H. (2012). Hochbegabte und hochleistende Jugendliche: Erfolgreiche Jugendliche! In L. Stecher, A. Ittel & H. Merkens (Hrsg.), *Jahrbuch Jugendforschung. 11 Ausgabe 2011.* S.167.192. Heidelberg/Berlin: Springer.

Sternberg, R.J. (1993). The concept of "giftedness": a pentagonal implicit theory. In G.R. Bock & K. Ackrill (Ed.), *The Origins and Development of High Ability*. S. 5-21. Ciba Foundation Symposium 178, John Wiley & Sons, Chichester.

Wagenschein, M. (1968). *Verstehen lehren. Genetisch – Sokratisch – Exemplarisch.* Weinheim: Beltz.

Wechsler, D. (1944). The measurement of adult intelligence. (3rd ed.) Baltimore, MD, USA: Williams & Wilkins.

Wendel, S. (1993). *Möglichkeiten der differenzierten Erziehung mathematisch besonders befähigter Schüler im mittleren Schulalter.* Frankfurt am Main: Peter Lang.

Vock, M.; Preckel, F. (2013). *Hochbegabung: ein Lehrbuch zu Grundlagen, Diagnostik und Fördermöglichkeiten.* Göttingen et al.: Hogrefe.

Vollmer, H. (2016). (Zitat am Anfang). Zugriff am 19.10.2017 unter http://www.zukunftsschulen-nrw.de/cms/upload/regional/Veranstaltungshinweis.pdf

Vygotsky, L.S. (1964). *Denken und Sprechen*. Berlin: Akademie-Verlag.

6. Anhang

A: Aufgaben

B: Übersicht der Antworten der Probanden/innen

C: Ausgefüllte Fragebögen

D: Eidesstattliche Erklärung

A: Aufgaben

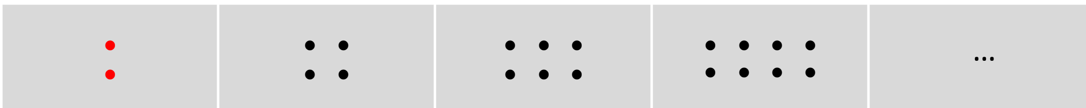
Einführung zu den Begriffen

Hier siehst du eine **Bilderfolge** aus Punkten

weiter

An der **ersten Stelle** besteht das **erste Folgeglied** der Bilderfolge aus 2 Punkten

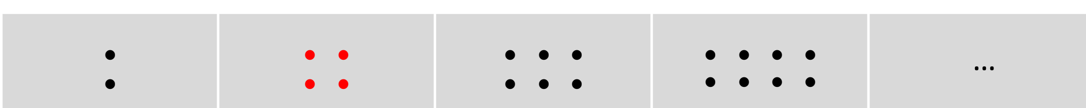
1	2	3	4	…



weiter

An der **zweiten Stelle** besteht das **zweite Folgeglied** aus 4 Punkten usw.

1	2	3	4	…



weiter

n steht für ein **beliebiges Folgeglied** aus Punkten an der n**-ten Stelle**

1	2	3	4	...	n
• •	• • • •	• • • • • •	• • • • • • • •	...	**?**

weiter

Zu der Bilderfolge passt folgende **Zahlenfolge**

1	2	3	4	...	n
• •	• • • •	• • • • • •	• • • • • • • •	...	**?**
2	**4**	**6**	**8**	...	**?**

weiter

An der **vierten Stelle** ist das **vierte Folgeglied** der **Zahlenfolge** die Zahl **8**

1	2	3	4	…	n
:	: :	: : :	: : : :	…	**?**
2	**4**	**6**	**8**	…	**?**

weiter

n steht für ein **beliebiges Folgeglied** aus einer Zahl an der **n-ten Stelle**

1	2	3	4	…	n
:	: :	: : :	: : : :	…	**?**
2	**4**	**6**	**8**	…	**?**

weiter

Die Anzahl an jeder Stelle dieser Folge kann zum Beispiel über die Beziehung „**Stelle + Stelle**“ bestimmt werden

1	2	3	4	…	n
• •	• • • •	• • • • • •	• • • • • • • •	…	**?**
2	**4**	**6**	**8**	…	**?**
$\mathbf{1+1}$	$\mathbf{2+2}$	$\mathbf{3+3}$	$\mathbf{4+4}$	…	Stelle + Stelle

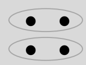
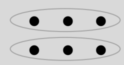
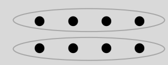
weiter

Die Anzahl an der n-**ten Stelle** kann bestimmt werden durch $\boldsymbol{n+n}$

1	2	3	4	…	n
• •	• • • •	• • • • • •	• • • • • • • •	…	**?**
2	**4**	**6**	**8**	…	**?**
$\mathbf{1+1}$	$\mathbf{2+2}$	$\mathbf{3+3}$	$\mathbf{4+4}$	…	$\boldsymbol{n+n}$

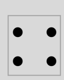
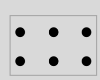
weiter

$\boldsymbol{n+n}$ nennt man **explizite Vorschrift** dieser Folge, da sie die Anzahl direkt aus der Stelle bestimmt

1	2	3	4	…	n
				…	?
2	**4**	**6**	**8**	…	**?**
$\mathbf{1+1}$	$\mathbf{2+2}$	$\mathbf{3+3}$	$\mathbf{4+4}$	…	$\boldsymbol{n+n}$

weiter

Die Anzahl an jeder Stelle dieser Folge kann zum Beispiel auch über die Beziehung „ **Stelle · 2**“ bestimmt werden

1	2	3	4	…	n
				…	?
2	**4**	**6**	**8**	…	**?**
$\mathbf{1 \cdot 2}$	$\mathbf{2 \cdot 2}$	$\mathbf{3 \cdot 2}$	$\mathbf{4 \cdot 2}$	…	**Stelle · 2**

weiter

Die Anzahl an der n-**ten Stelle** kann bestimmt werden durch $\boldsymbol{n \cdot 2}$

1	2	3	4	...	n
• •	• • • •	• • • • • •	• • • • • • • •	...	**?**
2	**4**	**6**	**8**	...	**?**
$\boldsymbol{1 \cdot 2}$	$\boldsymbol{2 \cdot 2}$	$\boldsymbol{3 \cdot 2}$	$\boldsymbol{4 \cdot 2}$	...	$\boldsymbol{n \cdot 2}$

weiter

$\boldsymbol{n \cdot 2}$ ist auch eine **explizite Vorschrift** dieser Folge, da sie die Anzahl direkt aus der Stelle bestimmt

1	2	3	4	...	n
• •	• • • •	• • • • • •	• • • • • • • •	...	**?**
2	**4**	**6**	**8**	...	**?**
$\boldsymbol{1 \cdot 2}$	$\boldsymbol{2 \cdot 2}$	$\boldsymbol{3 \cdot 2}$	$\boldsymbol{4 \cdot 2}$	...	$\boldsymbol{n \cdot 2}$

weiter

Die **expliziten Vorschriften** $\boldsymbol{n+n}$ und $\boldsymbol{n \cdot 2}$ sind **gleich**, da sie an jeder Stelle der Folge immer die gleiche Anzahl liefern

1	2	3	4	…	n
				…	**?**
2	**4**	**6**	**8**	…	**?**

weiter

Die Anzahl an jeder Stelle der Folge kann zum Beispiel auch über die Beziehung „**Vorgänger+2**“ bestimmt werden

1	2	3	4	…	n
				…	**?**
2	**4**	**6**	**8**	…	**?**
2	$\mathbf{2+2}$	$\mathbf{4+2}$	$\mathbf{6+2}$	…	Vorgänger+2

weiter

Der **Vorgänger** der dritten Stelle mit sechs Punkten bzw. der Zahl **6** ist die zweite Stelle mit vier Punkten bzw. der Zahl **4**

1	2	3	4	…	n
• •	• • • •	• • • • • •	• • • • • • • •	…	**?**
$\mathbf{2}$	$\mathbf{4}$	$\mathbf{6}$	$\mathbf{8}$	…	**?**
$\mathbf{2}$	$\mathbf{2+2}$	$\mathbf{4+2}$	$\mathbf{6+2}$	…	Vorgänger+2

weiter

Vorgänger+2 nennt man **rekursive Vorschrift** dieser Folge, da sie die Anzahl immer aus der Anzahl der Stelle davor bestimmt

1	2	3	4	…	n
• •	• • • •	• • • • • •	• • • • • • • •	…	**?**
$\mathbf{2}$	$\mathbf{4}$	$\mathbf{6}$	$\mathbf{8}$	…	**?**
$\mathbf{2}$	$\mathbf{2+2}$	$\mathbf{4+2}$	$\mathbf{6+2}$	…	Vorgänger+2

weiter

Die Anzahl an jeder Stelle der Folge kann zum Beispiel auch über die Beziehung „**Nachfolger−2**“ bestimmt werden

1	2	3	4	…	n
⁚	⁚ ⁚	⁚ ⁚ ⁚	⁚ ⁚ ⁚ ⁚	…	**?**
2	**4**	**6**	**8**	…	**?**
$\mathbf{4-2}$	$\mathbf{6-2}$	$\mathbf{8-2}$	$\mathbf{10-2}$	…	Nachfolger−**2**

weiter

Der **Nachfolger** der dritten Stelle mit sechs Punkten bzw. der Zahl 6 ist die vierte Stelle mit acht Punkten bzw. der Zahl 8

1	2	3	4	…	n
⁚	⁚ ⁚	⁚ ⁚ ⁚	⁚ ⁚ ⁚ ⁚	…	**?**
2	**4**	**6**	**8**	…	**?**
$\mathbf{4-2}$	$\mathbf{6-2}$	$\mathbf{8-2}$	$\mathbf{10-2}$	…	Nachfolger−**2**

weiter

Nachfolger – 2 ist auch eine **rekursive Vorschrift** dieser Folge, da sie die Anzahl immer aus der Anzahl der Stelle danach bestimmt

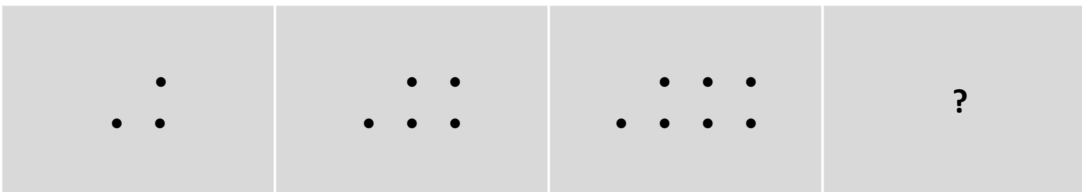
1	2	3	4	…	n
				…	**?**
$\mathbf{2}$	$\mathbf{4}$	$\mathbf{6}$	$\mathbf{8}$	…	**?**
$\mathbf{4-2}$	$\mathbf{6-2}$	$\mathbf{8-2}$	$\mathbf{10-2}$	…	Nachfolger$-$2

weiter

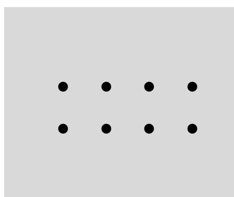
Einstieg zu den Aufgaben

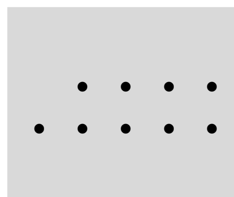
Wie sieht das **vierte Folgeglied** der **Bilderfolge** aus?

1	2	3	4



A	B	C





anderes Bild

Erkläre die Beziehung deiner Antwort zur Folge!

weiter

Wie lautet das **fünfte Folgeglied** der **Zahlenfolge**?

1	2	3	4	5
3	**6**	**9**	**12**	**?**

A	B	C
15	**andere Zahl**	**14**

Erkläre die Beziehung deiner Antwort zur Folge!

weiter

Welche der **expliziten Vorschriften** sind gleich?

1	2	3
$5 + n$	$n + 5 + n$	$2 \cdot n + 5$

A	B	C
andere Antwort	**1,2 und 3 sind gleich**	**1 und 2 sind gleich**

Erkläre deine Antwort!

weiter

Welche der **rekursiven Vorschriften** sind gleich?

1	2	3
$2 \cdot$ Vorgänger	Vorgänger+Vorgänger	Vorgänger$+2$

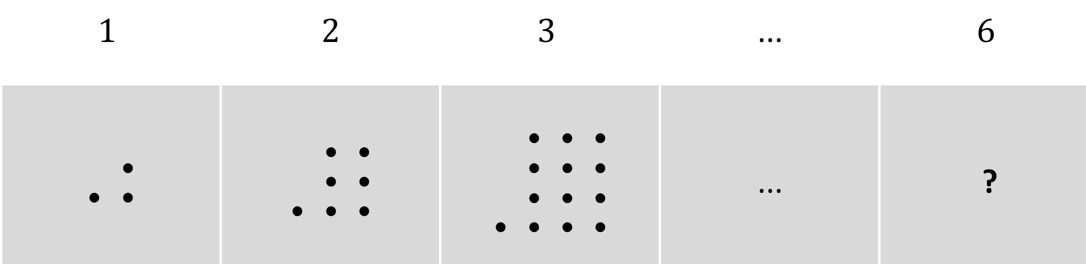
A	B	C
2 und 3 sind gleich	**andere Antwort**	**1 und 2 sind gleich**

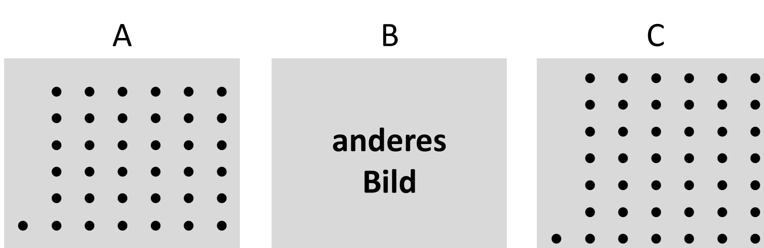
Erkläre deine Antwort!

weiter

Aufgaben

1) Wie sieht das **sechste Folgeglied** der **Bilderfolge** aus? [Aufgabenblock 1, Typ B1.1]

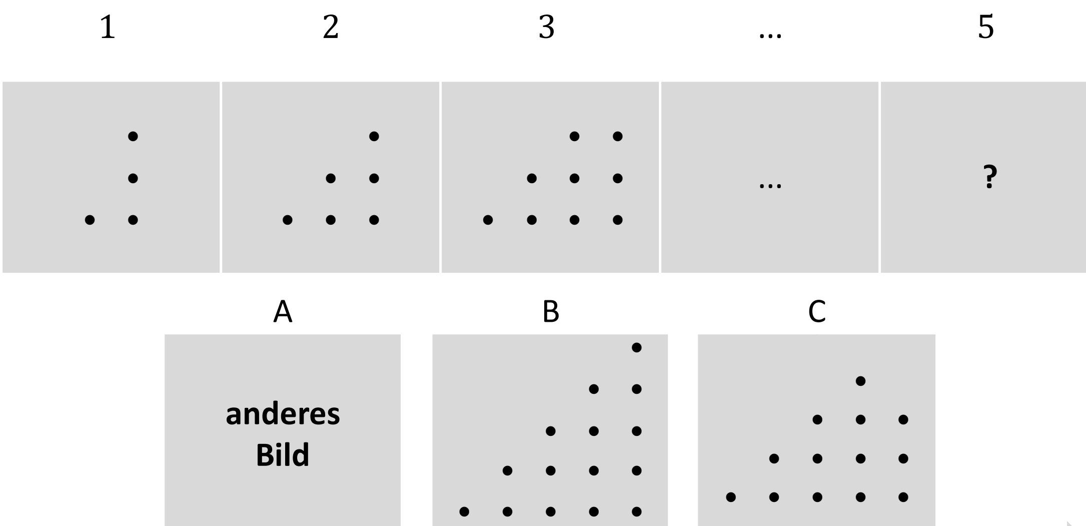




Erkläre die Beziehung deiner Antwort zur Folge!

weiter

2) Wie sieht das **fünfte Folgeglied** der **Bilderfolge** aus? [Typ B1.2]



Erkläre die Beziehung deiner Antwort zur Folge!

weiter

3) Wie lautet das **zehnte Folgeglied** der **Zahlenfolge**? [Typ C1.1]

1	2	3	4	...	10
4	**9**	**14**	**19**	...	**?**

A	B	C
51	**49**	**andere Zahl**

Erkläre die Beziehung deiner Antwort zur Folge!

weiter

4) Wie lautet das **sechste Folgeglied** der **Zahlenfolge**? [Typ C1.2]

1	2	3	4	…	6
1	**3**	**10**	**22**	…	**?**

A	B	C
46	**67**	**andere Zahl**

Erkläre die Beziehung deiner Antwort zur Folge!

weiter

5) Welche der **expliziten Vorschriften** sind gleich? [Typ A2.1]

1	2	3
$\mathbf{2 \cdot (n - 7) + 2}$	$\mathbf{4 \cdot (n - 7)}$	$\mathbf{-12 + 2 \cdot n}$

A	B	C
andere Antwort	**1,2 und 3 sind gleich**	**1 und 3 sind gleich**

Erkläre deine Antwort!

weiter

6) Welche der **expliziten Vorschriften** sind gleich? [Typ A2.2]

1	2	3
$\boldsymbol{n \cdot (4 \cdot n + 6)}$	$\boldsymbol{6 + 4 \cdot n^2}$	$\boldsymbol{4 \cdot n \cdot (n + 1) + 2 \cdot n}$

A	B	C
andere Antwort	**2 und 3 sind gleich**	**1 und 3 sind gleich**

Erkläre deine Antwort!

weiter

7) Welche der **rekursiven Vorschriften** sind gleich? [Typ A1.1]

1	2	3
$\mathbf{3}$ · Vorgänger	$\mathbf{4}$ · Vorgänger−Vorgänger	Vorgänger · $\mathbf{5}$

A	B	C
1 und 2 sind gleich	**andere Antwort**	**1, 2 und 3 sind gleich**

Erkläre deine Antwort!

weiter

8) Welche der **rekursiven Vorschriften** sind gleich? [Typ A1.2]

1	2	3
Nachfolger $\cdot$ $\mathbf{2}$	$\mathbf{2}$ $\cdot$ Vorgänger	$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$ $\cdot$ Nachfolger

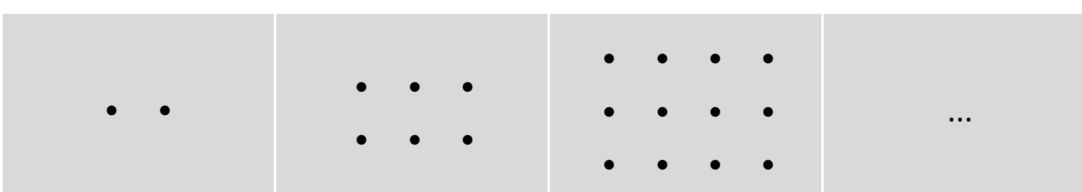
A	B	C
1 und 3 sind gleich	**andere Antwort**	**1 und 2 sind gleich**

Erkläre deine Antwort!

weiter

9) Welche der **expliziten Vorschriften** passt zur **Bilderfolge**? [Aufgabenblock 2, Typ B3.1]

1 2 3 ...



A	B	C
andere Antwort	$(\boldsymbol{n}+\mathbf{1})^{\mathbf{2}}-\boldsymbol{n}$	$\boldsymbol{n}^{\mathbf{2}}+\boldsymbol{n}+\mathbf{1}$

Erkläre die Beziehung deiner Antwort zur Folge!

weiter

10) Welche der **rekursiven Vorschriften** passt zur **Zahlenfolge**? [Typ C2.1]

1	2	3	4	5	…
$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{3}$	$\mathbf{5}$	…

A	B	C
Nachfolger−Vorgänger	(Vorgänger+Nachfolger): 2	**andere Antwort**

Erkläre die Beziehung deiner Antwort zur Folge!

weiter

11) Welche der **expliziten Vorschriften** passt zur **Zahlenfolge**? [Typ C3.1]

1	2	3	4	…
$\mathbf{-1}$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{-3}$	$\mathbf{4}$	…

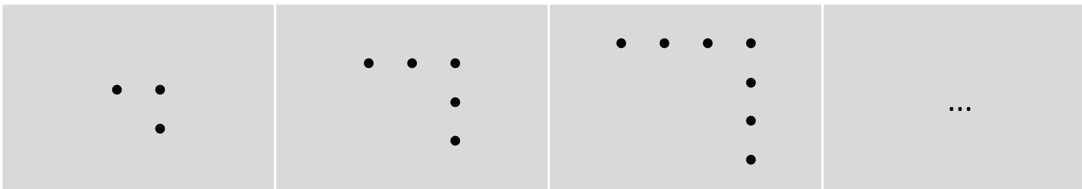
A	B	C
andere Antwort	$\boldsymbol{(-1)^n \cdot n}$	$\boldsymbol{n}$

Erkläre die Beziehung deiner Antwort zur Folge!

weiter

12) Welche der **rekursiven Vorschriften** passt zur **Bilderfolge**? [Typ B2.1]

1	2	3	…



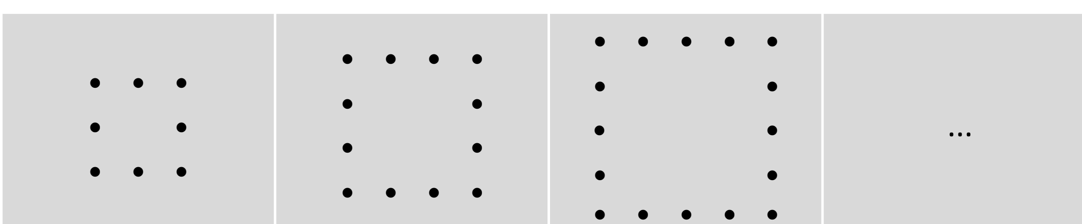
A	B	C
Vorgänger $+\ n$	**andere Antwort**	Vorgänger $+\ 2$

Erkläre die Beziehung deiner Antwort zur Folge!

weiter

13) Welche der **Vorschriften** passt zur **Bilderfolge**? [Aufgabenblock 3, Typ B4.1]

1	2	3	…



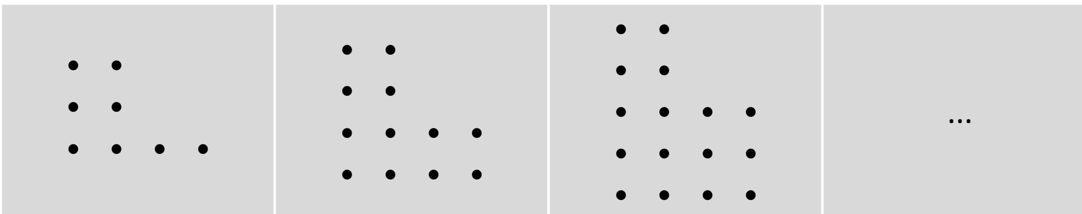
A	B	C
Vorgänger $+\ 2$	**andere Antwort**	$4 \cdot (n+2) - 4$

Erkläre die Beziehung deiner Antwort zur Folge!

weiter

14) Welche der **Vorschriften** passt zur **Bilderfolge**? [Typ B4.2]

1	2	3	…



A	B	C
$4 \cdot (n + 2) - 4$	Vorgänger $+ \, 2$	**andere Antwort**

Erkläre die Beziehung deiner Antwort zur Folge!

weiter

15) Welche der **Vorschriften** passt zur **Zahlenfolge**? [Typ C4.1]

1	2	3	4	…
$0{,}5$	2	$4{,}5$	8	…

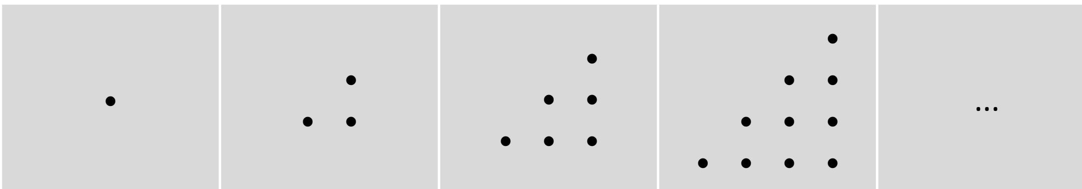
A	B	C
$\frac{1}{2} \cdot n^2$	Vorgänger $+ \, n$	**andere Antwort**

Erkläre die Beziehung deiner Antwort zur Folge!

weiter

16) Welche der **Vorschriften** passt zur **Bilderfolge**? [Typ B4.3]

1	2	3	4	...



A	B	C
andere Antwort	$\frac{1}{2} \cdot n^2$	Vorgänger $+ n$

Erkläre die Beziehung deiner Antwort zur Folge!

weiter

17) Welche der **Vorschriften** passt zur **Zahlenfolge**? [Typ C4.2]

1	2	3	4	...
1	**4**	**9**	**16**	...

A	B	C
$\frac{n^3}{n}$	$4 \cdot$ Vorgänger	**andere Antwort**

Erkläre die Beziehung deiner Antwort zur Folge!

weiter

18) Welche der **Vorschriften** passt zur **Zahlenfolge**? [Typ C4.3]

1	2	3	4	...
2	**8**	**32**	**128**	...

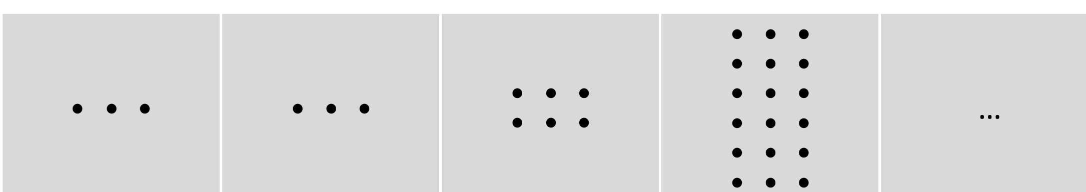
A	B	C
$\mathbf{4} \cdot$ Vorgänger	$\dfrac{\boldsymbol{n^3}}{\boldsymbol{n}}$	**andere Antwort**

Erkläre die Beziehung deiner Antwort zur Folge!

weiter

19) Welche der **rekursiven Vorschriften** passt zur **Bilderfolge**?
[Aufgabenblock 4, Typ B2.2]

1	2	3	4	...



A	B	C
Vorgänger $\cdot\, (\boldsymbol{n} - \mathbf{1})$	**andere Antwort**	$\mathbf{2} \cdot$ Vorgänger

Erkläre die Beziehung deiner Antwort zur Folge!

weiter

20) Welche der **expliziten Vorschriften** passt zur **Zahlenfolge**? [Typ C3.2]

1	2	3	4	…
1	**16**	**81**	**256**	…

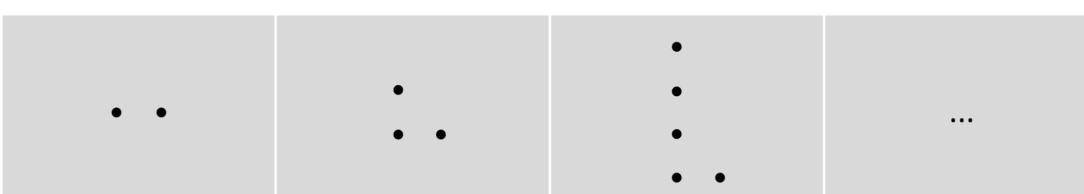
A	B	C
n^3	**andere Antwort**	$8 \cdot n$

Erkläre die Beziehung deiner Antwort zur Folge!

weiter

21) Welche der **Vorschriften** passt zur **Bilderfolge**? [Typ B3.2]

1	2	3	…



A	B	C
$2 + (n - 1)$	**andere Antwort**	$2^{n-1} + 1$

Erkläre die Beziehung deiner Antwort zur Folge!

weiter

22) Welche der **rekursiven Vorschriften** passt zur **Zahlenfolge**? [Typ C2.2]

1	2	3	4	...
4	**12**	**36**	**108**	...

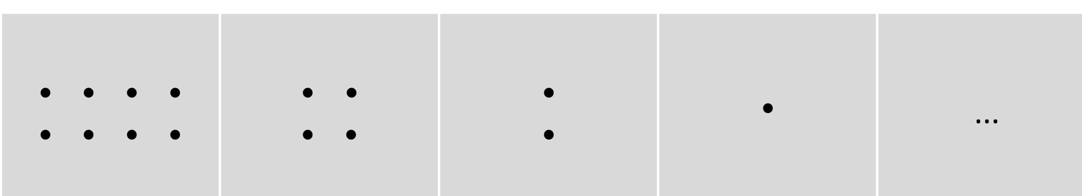
A	B	C
3 · Vorgänger	Nachfolger : Vorgänger	**andere Antwort**

Erkläre die Beziehung deiner Antwort zur Folge!

weiter

23) Welche der **Vorschriften** passt zur **Bilderfolge**? [Aufgabenblock 5, Typ B4.4]

1	2	3	4	...



A	B	C
andere Antwort	$\mathbf{7 \cdot n + 1}$	Nachfolger : **2**

Erkläre die Beziehung deiner Antwort zur Folge!

weiter

24) Welche der **Vorschriften** passt zur **Zahlenfolge**? [Typ C4.4]

1	2	3	4	…
$\mathbf{8}$	$\mathbf{15}$	$\mathbf{22}$	$\mathbf{29}$	…

A	B	C
Nachfolger : $\mathbf{2}$	$\boldsymbol{7 \cdot n + 1}$	**andere Antwort**

Erkläre die Beziehung deiner Antwort zur Folge!

weiter

25) Welche der **Vorschriften** passt zur **Zahlenfolge**? [Typ C4.5]

1	2	3	4	…
$\mathbf{\frac{1}{1}}$	$\mathbf{\frac{2}{4}}$	$\mathbf{\frac{3}{9}}$	$\mathbf{\frac{4}{16}}$	…

A	B	C
Nachfolger : $\mathbf{3}$	**andere Antwort**	$\boldsymbol{\frac{n}{n^2}}$

Erkläre die Beziehung deiner Antwort zur Folge!

weiter

26) Welche der **Vorschriften** passt zur **Zahlenfolge**? [Typ C4.6]

1	2	3	4	...
$\mathbf{1}$	$\mathbf{0,5}$	$\mathbf{0,\overline{3}}$	$\mathbf{0,25}$	...

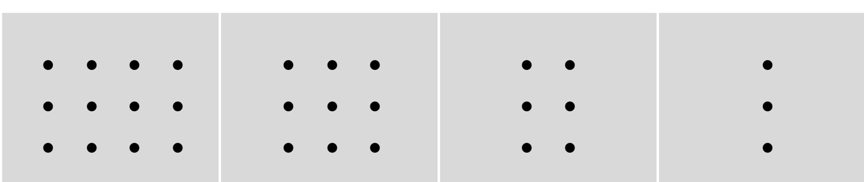
A	B	C
andere Antwort	$\boldsymbol{\frac{n}{n^2}}$	Nachfolger $\boldsymbol{:3}$

Erkläre die Beziehung deiner Antwort zur Folge!

weiter

27) Welche der **Vorschriften** passt zur **Bilderfolge**? [Typ B4.5]

1	2	3	4	...



...

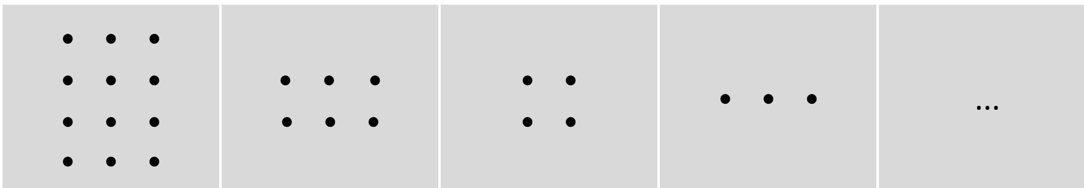
A	B	C
$\boldsymbol{\frac{12}{n}}$	**andere Antwort**	Vorgänger $\cdot \boldsymbol{\frac{1}{n}}$

Erkläre die Beziehung deiner Antwort zur Folge!

weiter

28) Welche der **Vorschriften** passt zur **Bilderfolge**? [Typ B4.6]

1	2	3	4	...



A	B	C
andere Antwort	Vorgänger $\cdot \frac{1}{n}$	$\frac{12}{n}$

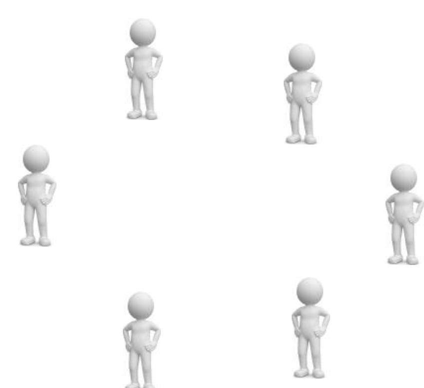
Erkläre die Beziehung deiner Antwort zur Folge!

weiter

29) Auf einer Party begrüßen sich n Personen per Handschlag.
Die Abbildung zeigt eine Gruppe von sechs Personen.

Welche Vorschrift passt zur **Anzahl der Handschläge bei** n Personen?

[Aufgabenblock 6]

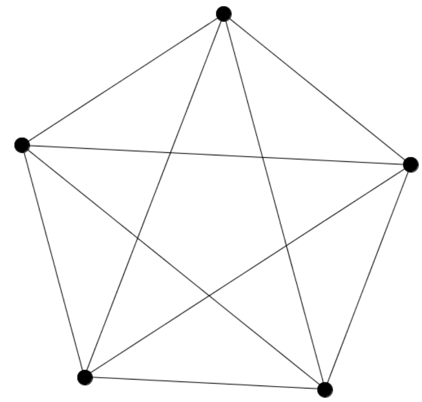


A	B	C
andere Antwort	$n-1$	$\frac{1}{2} \cdot n \cdot (n-1)$

Erkläre deine Antwort!

weiter

30) Die Verbindungsstrecke zweier nicht benachbarter Eckpunkte eines Vielecks wird **Diagonale** genannt. Die Figur zeigt ein Fünfeck mit sämtlichen Diagonalen.



Welche Vorschrift passt zur **Diagonalenanzahl** in einem regelmäßigen n-Eck?

A	B	C
$\boldsymbol{n \cdot (n-1)}$	$\boldsymbol{n \cdot (n-3) : 2}$	**andere Antwort**

Erkläre deine Antwort!

weiter

B: Übersicht der Antworten der Probanden/innen

Proband/in [Nummer/ Kürzel/ Klasse]: 01, T., 8. ☐ **hochbegabt**

Bearbeitungszeit: 44 min. ☐ **nicht hochbegabt**

☐ **weiblich** ☐ **männlich**

Beendet nach: ☐ C3 ☐ C4 ☐ C5 ☐ C6 [bis zum Ende]

[X→ Y = korrigiert zu; x = „andere Antwort“ ist richtige Antwort, X= keine Antwort]

Reihenfolge Proband/in	Reihenfolge normal	Aufgabe	Richtige Antwort	Gegebene Antwort
2	1	C1_L*BF1_B	C	A → C
5	2	C1_S*BF2_B	A x	B
1	3	C1_L*ZF1_Z	B	B
6	4	C1_S*ZF2_Z	C	B
4	5	C1_L*EV1_L*EV2_L*EV3	C	C
7	6	C1_S*EV4_S*EV5_S*EV6	C	C
3	7	C1_L*RV1_L*RV2_L*RV3	A	A
8	8	C1_S*RV4_S*RV5_S*RV6	B x	C
10	9	C2_L*BF3_L*EV7+S*EV8	A	B
9	10	C2_S*ZF3_L*RV7+S*RV8	A	B
12	11	C2_L*ZF4_S*EV9+L*EV10	B	B
11	12	C2_S*BF4_S*RV9+L*RV10	C	C
17	13	C3_S*BF5_S*RV11+L*EV11	C	C
13	14	C3_L*BF6_S*RV11+L*EV11	A	A
14	15	C3_L*ZF5_S*EV12+L*RV12	A	A
15	16	C3_S*BF7_S*EV12+L*RV12	C	C
18	17	C3_L*ZF6_L*RV13+S*EV13	A	A
16	18	C3_S*ZF7_S*EV13+L*RV13	A	A
19	19	C4_S*BF8_S*RV14+L*RV15	A	B
22	20	C4_L*ZF8_L*EV14+S*EV15	B x	B
20	21	C4_S*BF9_L*EV16+S*EV17	C	A
21	22	C4_L*ZF9_L*RV16+S*RV17	A	A
26	23	C5_L*BF10_S*EV18+L*RV18	A x	C
27	24	C5_S*ZF10_L*RV18+S*EV18	B	B
23	25	C5_L*ZF11_S*RV19+L*EV19	C	C
24	26	C5_S*ZF12_L*EV19+S*RV19	B	A
28	27	C5_S*BF11_L*EV20+S*RV20	B x	C
25	28	C5_L*BF12_S*RV20+L*EV20	C	C
29	Zusatz 1	C6_H_L*EV21+S*EV22	C	
30	Zusatz 2	C6_D_L*EV23+S*EV24	B	

Bemerkungen: Begründet häufig, warum etwas nicht geht, aber nicht, warum etwas geht. Tut sich schwer mit verbalen Begründungen. Meinte am Ende, er hätte sich an manchen Stellen korrigieren wollen, hat es aber nicht getan, weil er nicht wusste, ob dies zulässig ist. Z.T. formale Rechenregeln nicht korrekt angewandt. Potenzen verstanden?

Proband/in [Nummer/ Kürzel/ Klasse]: 02, J., 8. ☐ **hochbegabt**

Bearbeitungszeit: 69 min. ☐ **nicht hochbegabt**

☐ **weiblich** ☐ **männlich**

Beendet nach: ☐ C3 ☐ C4 ☐ C5 ☐ C6 [bis zum Ende]

[X→ Y = korrigiert zu; x = „andere Antwort“ ist richtige Antwort, X= keine Antwort]

Reihenfolge Proband/in	Reihenfolge normal	Aufgabe	Richtige Antwort	Gegebene Antwort
1	1	C1_L*BF1_B	C	C
8	2	C1_S*BF2_B	A x	A
3	3	C1_L*ZF1_Z	B	C
5	4	C1_S*ZF2_Z	C	C
2	5	C1_L*EV1_L*EV2_L*EV3	C	C
6	6	C1_S*EV4_S*EV5_S*EV6	C	A
4	7	C1_L*RV1_L*RV2_L*RV3	A	A
7	8	C1_S*RV4_S*RV5_S*RV6	B x	B
10	9	C2_L*BF3_L*EV7+S*EV8	A	A
9	10	C2_S*ZF3_L*RV7+S*RV8	A	C
11	11	C2_L*ZF4_S*EV9+L*EV10	B	A
12	12	C2_S*BF4_S*RV9+L*RV10	C	C
18	13	C3_S*BF5_S*RV11+L*EV11	C	B
14	14	C3_L*BF6_S*RV11+L*EV11	A	C
17	15	C3_L*ZF5_S*EV12+L*RV12	A	C
13	16	C3_S*BF7_S*EV12+L*RV12	C	C
16	17	C3_L*ZF6_L*RV13+S*EV13	A	C
15	18	C3_S*ZF7_S*EV13+L*RV13	A	A
19	19	C4_S*BF8_S*RV14+L*RV15	A	B
22	20	C4_L*ZF8_L*EV14+S*EV15	B x	B
20	21	C4_S*BF9_L*EV16+S*EV17	C	B
21	22	C4_L*ZF9_L*RV16+S*RV17	A	A
27	23	C5_L*BF10_S*EV18+L*RV18	A x	A
28	24	C5_S*ZF10_L*RV18+S*EV18	B	X
26	25	C5_L*ZF11_S*RV19+L*EV19	C	X
24	26	C5_S*ZF12_L*EV19+S*RV19	B	X
23	27	C5_S*BF11_L*EV20+S*RV20	B x	B
25	28	C5_L*BF12_S*RV20+L*EV20	C	X
29	Zusatz 1	C6_H_L*EV21+S*EV22	C	
30	Zusatz 2	C6_D_L*EV23+S*EV24	B	

Bemerkungen: Hat sehr lange gebraucht, weil er eigenständig nach Mustern gesucht hat. Hat die Antwortmöglichkeiten kaum beachtet und eigene Lösungsansätze geliefert. Sehr ausdauernd und in seinen Blickbewegungen gründlich und überprüfend. Nutzt häufig beobachtbaren expliziten Zugang. Zum Ende hin müde geworden und keine Antworten mehr gegeben (X).

Proband/in [Nummer/ Kürzel/ Klasse]: 03, L., 9. ☐ **hochbegabt**

Bearbeitungszeit: 23 min. ☐ **nicht hochbegabt**

☐ **weiblich** ☐ **männlich**

Beendet nach: ☐ C3 ☐ C4 ☐ C5 ☐ C6 [bis zum Ende]

[X→ Y = korrigiert zu; x = „andere Antwort“ ist richtige Antwort, X= keine Antwort]

Reihenfolge Proband/in	Reihenfolge normal	Aufgabe	Richtige Antwort	Gegebene Antwort
4	1	C1_L*BF1_B	C	B
5	2	C1_S*BF2_B	A x	A
2	3	C1_L*ZF1_Z	B	C
8	4	C1_S*ZF2_Z	C	B
1	5	C1_L*EV1_L*EV2_L*EV3	C	A
7	6	C1_S*EV4_S*EV5_S*EV6	C	A
3	7	C1_L*RV1_L*RV2_L*RV3	A	A
6	8	C1_S*RV4_S*RV5_S*RV6	B x	B
9	9	C2_L*BF3_L*EV7+S*EV8	A	B
11	10	C2_S*ZF3_L*RV7+S*RV8	A	C
12	11	C2_L*ZF4_S*EV9+L*EV10	B	B
10	12	C2_S*BF4_S*RV9+L*RV10	C	C
15	13	C3_S*BF5_S*RV11+L*EV11	C	B
16	14	C3_L*BF6_S*RV11+L*EV11	A	B
17	15	C3_L*ZF5_S*EV12+L*RV12	A	A
18	16	C3_S*BF7_S*EV12+L*RV12	C	A
14	17	C3_L*ZF6_L*RV13+S*EV13	A	C
13	18	C3_S*ZF7_S*EV13+L*RV13	A	A
2	19	C4_S*BF8_S*RV14+L*RV15	A	B
22	20	C4_L*ZF8_L*EV14+S*EV15	B x	B
19	21	C4_S*BF9_L*EV16+S*EV17	C	B
21	22	C4_L*ZF9_L*RV16+S*RV17	A	B
28	23	C5_L*BF10_S*EV18+L*RV18	A x	C
26	24	C5_S*ZF10_L*RV18+S*EV18	B	C
23	25	C5_L*ZF11_S*RV19+L*EV19	C	B
27	26	C5_S*ZF12_L*EV19+S*RV19	B	A
24	27	C5_S*BF11_L*EV20+S*RV20	B x	B
25	28	C5_L*BF12_S*RV20+L*EV20	C	A
29	Zusatz 1	C6_H_L*EV21+S*EV22	C	A
30	Zusatz 2	C6_D_L*EV23+S*EV24	B	C

Bemerkungen: Unsicher mit formalen Rechenregeln? Ist sehr zügig und erklärt wenig. Variable „n“ nicht verstanden.

Proband/in [Nummer/ Kürzel/ Klasse]: 04, L., 9. ☐ **hochbegabt**

Bearbeitungszeit: 42 min. ☐ **nicht hochbegabt**

☐ **weiblich** ☐ **männlich**

Beendet nach: ☐ C3 ☐ C4 ☐ C5 ☐ C6 [bis zum Ende]

[X→ Y = korrigiert zu; x = „andere Antwort" ist richtige Antwort, X= keine Antwort]

Reihenfolge Proband/in	Reihenfolge normal	Aufgabe	Richtige Antwort	Gegebene Antwort
1	1	C1_L*BF1_B	C	A
6	2	C1_S*BF2_B	A x	A
3	3	C1_L*ZF1_Z	B	C
7	4	C1_S*ZF2_Z	C	A
2	5	C1_L*EV1_L*EV2_L*EV3	C	A
5	6	C1_S*EV4_S*EV5_S*EV6	C	A
4	7	C1_L*RV1_L*RV2_L*RV3	A	A
8	8	C1_S*RV4_S*RV5_S*RV6	B x	B
11	9	C2_L*BF3_L*EV7+S*EV8	A	A
10	10	C2_S*ZF3_L*RV7+S*RV8	A	C
9	11	C2_L*ZF4_S*EV9+L*EV10	B	A
12	12	C2_S*BF4_S*RV9+L*RV10	C	C
14	13	C3_S*BF5_S*RV11+L*EV11	C	B
16	14	C3_L*BF6_S*RV11+L*EV11	A	C
13	15	C3_L*ZF5_S*EV12+L*RV12	A	C
18	16	C3_S*BF7_S*EV12+L*RV12	C	A
15	17	C3_L*ZF6_L*RV13+S*EV13	A	C
17	18	C3_S*ZF7_S*EV13+L*RV13	A	A
21	19	C4_S*BF8_S*RV14+L*RV15	A	C
20	20	C4_L*ZF8_L*EV14+S*EV15	B x	B
19	21	C4_S*BF9_L*EV16+S*EV17	C	B
2	22	C4_L*ZF9_L*RV16+S*RV17	A	C
23	23	C5_L*BF10_S*EV18+L*RV18	A x	C
25	24	C5_S*ZF10_L*RV18+S*EV18	B	C
24	25	C5_L*ZF11_S*RV19+L*EV19	C	B
27	26	C5_S*ZF12_L*EV19+S*RV19	B	A
28	27	C5_S*BF11_L*EV20+S*RV20	B x	B
26	28	C5_L*BF12_S*RV20+L*EV20	C	A
29	Zusatz 1	C6_H_L*EV21+S*EV22	C	C
30	Zusatz 2	C6_D_L*EV23+S*EV24	B	A

Bemerkungen: Schwierigkeiten im Umgang mit formalen Rechenregeln und Kopfrechnen generell. Unkonzentriert? Nicht genau beachtet, nach welchem Folgeglied konkret gefragt wurde. Variable „n" verstanden? Vertausch von „Nachfolger" und „Vorgänger". Beziehung oft erkannt, aber nicht formalisiert. Prinzip des Einsetzens nicht vollzogen.

Proband/in [Nummer/ Kürzel/ Klasse]: 05, J., 9. ☐ **hochbegabt**

Bearbeitungszeit: 31 min. ☐ **nicht hochbegabt**

☐ **weiblich** ☐ **männlich**

Beendet nach: ☐ C3 ☐ C4 ☐ C5 ☐ C6 [bis zum Ende]

[X→ Y = korrigiert zu; x = „andere Antwort“ ist richtige Antwort, X= keine Antwort]

Reihenfolge Proband/in	Reihenfolge normal	Aufgabe	Richtige Antwort	Gegebene Antwort
1	1	C1_L*BF1_B	C	A
6	2	C1_S*BF2_B	A x	A
2	3	C1_L*ZF1_Z	B	C
8	4	C1_S*ZF2_Z	C	C
3	5	C1_L*EV1_L*EV2_L*EV3	C	C
5	6	C1_S*EV4_S*EV5_S*EV6	C	A
4	7	C1_L*RV1_L*RV2_L*RV3	A	A
7	8	C1_S*RV4_S*RV5_S*RV6	B x	B
11	9	C2_L*BF3_L*EV7+S*EV8	A	A
9	10	C2_S*ZF3_L*RV7+S*RV8	A	C
12	11	C2_L*ZF4_S*EV9+L*EV10	B	B
10	12	C2_S*BF4_S*RV9+L*RV10	C	C
18	13	C3_S*BF5_S*RV11+L*EV11	C	B
13	14	C3_L*BF6_S*RV11+L*EV11	A	C
14	15	C3_L*ZF5_S*EV12+L*RV12	A	A
15	16	C3_S*BF7_S*EV12+L*RV12	C	C
16	17	C3_L*ZF6_L*RV13+S*EV13	A	C
17	18	C3_S*ZF7_S*EV13+L*RV13	A	A
21	19	C4_S*BF8_S*RV14+L*RV15	A	C
19	20	C4_L*ZF8_L*EV14+S*EV15	B x	B
20	21	C4_S*BF9_L*EV16+S*EV17	C	A
22	22	C4_L*ZF9_L*RV16+S*RV17	A	A
24	23	C5_L*BF10_S*EV18+L*RV18	A x	C
25	24	C5_S*ZF10_L*RV18+S*EV18	B	C
23	25	C5_L*ZF11_S*RV19+L*EV19	C	B
28	26	C5_S*ZF12_L*EV19+S*RV19	B	A
26	27	C5_S*BF11_L*EV20+S*RV20	B x	B
27	28	C5_L*BF12_S*RV20+L*EV20	C	B
29	Zusatz 1	C6_H_L*EV21+S*EV22	C	A
30	Zusatz 2	C6_D_L*EV23+S*EV24	B	B

Bemerkungen: Gibt erst Antwort, schaut dann nochmal und erklärt erst dann. Potenz und Variable nicht verstanden? Erklärt sehr knapp und unangemessen: „Dann addiert sich das“.

Proband/in [Nummer/ Kürzel/ Klasse]: 06, J., 9. ☐ **hochbegabt**

Bearbeitungszeit: 26 min. ☐ **nicht hochbegabt**

☐ **weiblich** ☐ **männlich**

Beendet nach: ☐ C3 ☐ C4 ☐ C5 ☐ C6 [bis zum Ende]

[X→ Y = korrigiert zu; x = „andere Antwort“ ist richtige Antwort, X= keine Antwort]

Reihenfolge Proband/in	Reihenfolge normal	Aufgabe	Richtige Antwort	Gegebene Antwort
1	1	C1_L*BF1_B	C	A
6	2	C1_S*BF2_B	A x	A
2	3	C1_L*ZF1_Z	B	B
5	4	C1_S*ZF2_Z	C	A
4	5	C1_L*EV1_L*EV2_L*EV3	C	C
8	6	C1_S*EV4_S*EV5_S*EV6	C	A
3	7	C1_L*RV1_L*RV2_L*RV3	A	A
7	8	C1_S*RV4_S*RV5_S*RV6	B x	C
10	9	C2_L*BF3_L*EV7+S*EV8	A	X
9	10	C2_S*ZF3_L*RV7+S*RV8	A	A
12	11	C2_L*ZF4_S*EV9+L*EV10	B	C
11	12	C2_S*BF4_S*RV9+L*RV10	C	A
15	13	C3_S*BF5_S*RV11+L*EV11	C	A
13	14	C3_L*BF6_S*RV11+L*EV11	A	B
18	15	C3_L*ZF5_S*EV12+L*RV12	A	A
14	16	C3_S*BF7_S*EV12+L*RV12	C	C
17	17	C3_L*ZF6_L*RV13+S*EV13	A	C
16	18	C3_S*ZF7_S*EV13+L*RV13	A	A
21	19	C4_S*BF8_S*RV14+L*RV15	A	A
20	20	C4_L*ZF8_L*EV14+S*EV15	B x	C
22	21	C4_S*BF9_L*EV16+S*EV17	C	A
19	22	C4_L*ZF9_L*RV16+S*RV17	A	C
25	23	C5_L*BF10_S*EV18+L*RV18	A x	C
28	24	C5_S*ZF10_L*RV18+S*EV18	B	A
27	25	C5_L*ZF11_S*RV19+L*EV19	C	A
24	26	C5_S*ZF12_L*EV19+S*RV19	B	C
23	27	C5_S*BF11_L*EV20+S*RV20	B x	C
26	28	C5_L*BF12_S*RV20+L*EV20	C	C
29	Zusatz 1	C6_H_L*EV21+S*EV22	C	A
30	Zusatz 2	C6_D_L*EV23+S*EV24	B	B

Bemerkungen: Gibt nur sehr knappe Antworten (wegen Anweisung?). „n“ nicht verstanden trotz Erklärung (Verwirrung?). Potenzen nicht genutzt. Oftmals sinnlose Erklärungen. Will schnell fertig werden?

Proband/in [Nummer/ Kürzel/ Klasse]: 07, M., 9. ☐ **hochbegabt**

Bearbeitungszeit: 22 min. ☐ **nicht hochbegabt**

☐ **weiblich** ☐ **männlich**

Beendet nach: ☐ C3 ☐ C4 ☐ C5 ☐ C6 [bis zum Ende]

[X→ Y = korrigiert zu; x = „andere Antwort“ ist richtige Antwort, X= keine Antwort]

Reihenfolge Proband/in	Reihenfolge normal	Aufgabe	Richtige Antwort	Gegebene Antwort
2	1	C1_L*BF1_B	C	A
7	2	C1_S*BF2_B	A x	A
1	3	C1_L*ZF1_Z	B	C
6	4	C1_S*ZF2_Z	C	B
3	5	C1_L*EV1_L*EV2_L*EV3	C	C
8	6	C1_S*EV4_S*EV5_S*EV6	C	A
4	7	C1_L*RV1_L*RV2_L*RV3	A	A
5	8	C1_S*RV4_S*RV5_S*RV6	B x	B
9	9	C2_L*BF3_L*EV7+S*EV8	A	C
11	10	C2_S*ZF3_L*RV7+S*RV8	A	A
10	11	C2_L*ZF4_S*EV9+L*EV10	B	C
12	12	C2_S*BF4_S*RV9+L*RV10	C	B
17	13	C3_S*BF5_S*RV11+L*EV11	C	B
18	14	C3_L*BF6_S*RV11+L*EV11	A	A
15	15	C3_L*ZF5_S*EV12+L*RV12	A	A
14	16	C3_S*BF7_S*EV12+L*RV12	C	A
13	17	C3_L*ZF6_L*RV13+S*EV13	A	C
16	18	C3_S*ZF7_S*EV13+L*RV13	A	X
19	19	C4_S*BF8_S*RV14+L*RV15	A	C
20	20	C4_L*ZF8_L*EV14+S*EV15	B x	C
22	21	C4_S*BF9_L*EV16+S*EV17	C	A
21	22	C4_L*ZF9_L*RV16+S*RV17	A	C
24	23	C5_L*BF10_S*EV18+L*RV18	A x	A
28	24	C5_S*ZF10_L*RV18+S*EV18	B	B
23	25	C5_L*ZF11_S*RV19+L*EV19	C	C
26	26	C5_S*ZF12_L*EV19+S*RV19	B	A
25	27	C5_S*BF11_L*EV20+S*RV20	B x	A
27	28	C5_L*BF12_S*RV20+L*EV20	C	B
29	Zusatz 1	C6_H_L*EV21+S*EV22	C	A
30	Zusatz 2	C6_D_L*EV23+S*EV24	B	X

Bemerkungen: „n“ z.T. richtig gebraucht, allerdings sehr unsicher. Schnelles Vorankommen wichtig? Verständnis von Variablen nicht genügend ausgebildet? Einsetz-Methode z.B. nicht bekannt.

Proband/in [Nummer/ Kürzel/ Klasse]: 08, J., 10 ☐ **hochbegabt**

Bearbeitungszeit: 54 min. ☐ **nicht hochbegabt**

☐ **weiblich** ☐ **männlich**

Beendet nach: ☐ C3 ☐ C4 ☐ C5 ☐ C6 [bis zum Ende]

[X→ Y = korrigiert zu; x = „andere Antwort" ist richtige Antwort, X= keine Antwort]

Reihenfolge Proband/in	Reihenfolge normal	Aufgabe	Richtige Antwort	Gegebene Antwort
4	1	C1_L*BF1_B	C	C
8	2	C1_S*BF2_B	A x	A
2	3	C1_L*ZF1_Z	B	B
5	4	C1_S*ZF2_Z	C	C
3	5	C1_L*EV1_L*EV2_L*EV3	C	C
6	6	C1_S*EV4_S*EV5_S*EV6	C	A→C
1	7	C1_L*RV1_L*RV2_L*RV3	A	A
7	8	C1_S*RV4_S*RV5_S*RV6	B x	B
12	9	C2_L*BF3_L*EV7+S*EV8	A	A
10	10	C2_S*ZF3_L*RV7+S*RV8	A	A
11	11	C2_L*ZF4_S*EV9+L*EV10	B	B
9	12	C2_S*BF4_S*RV9+L*RV10	C	C
16	13	C3_S*BF5_S*RV11+L*EV11	C	C
14	14	C3_L*BF6_S*RV11+L*EV11	A	C
18	15	C3_L*ZF5_S*EV12+L*RV12	A	A
13	16	C3_S*BF7_S*EV12+L*RV12	C	C
17	17	C3_L*ZF6_L*RV13+S*EV13	A	A
15	18	C3_S*ZF7_S*EV13+L*RV13	A	A
20	19	C4_S*BF8_S*RV14+L*RV15	A	A
19	20	C4_L*ZF8_L*EV14+S*EV15	B x	B
22	21	C4_S*BF9_L*EV16+S*EV17	C	C
21	22	C4_L*ZF9_L*RV16+S*RV17	A	A
28	23	C5_L*BF10_S*EV18+L*RV18	A x	A
26	24	C5_S*ZF10_L*RV18+S*EV18	B	B
24	25	C5_L*ZF11_S*RV19+L*EV19	C	C
25	26	C5_S*ZF12_L*EV19+S*RV19	B	B
27	27	C5_S*BF11_L*EV20+S*RV20	B x	B
23	28	C5_L*BF12_S*RV20+L*EV20	C	C
29	Zusatz 1	C6_H_L*EV21+S*EV22	C	
30	Zusatz 2	C6_D_L*EV23+S*EV24	B	

Bemerkungen: Nahezu alle Aufgaben richtig gelöst. Gibt gute, verständliche Erklärungen und bezieht Terme konkret auf die Struktur der Punktmuster. Bei Aufgabe 13 Struktur nicht gesehen, sondern Term umgeformt. Nennt alternative Antwort, wenn „andere Antwort" gewählt.

Proband/in [Nummer/ Kürzel/ Klasse]: 09, R., 10. ☐ **hochbegabt**

Bearbeitungszeit: 32 min. ☐ **nicht hochbegabt**

☐ **weiblich** ☐ **männlich**

Beendet nach: ☐ C3 ☐ C4 ☐ C5 ☐ C6 [bis zum Ende]

[X→ Y = korrigiert zu; x = „andere Antwort“ ist richtige Antwort, X= keine Antwort]

Reihenfolge Proband/in	Reihenfolge normal	Aufgabe	Richtige Antwort	Gegebene Antwort
1	1	C1_L*BF1_B	C	C
6	2	C1_S*BF2_B	A x	A
3	3	C1_L*ZF1_Z	B	B
5	4	C1_S*ZF2_Z	C	C
2	5	C1_L*EV1_L2*EV2_L*EV3	C	C
7	6	C1_S*EV4_S*7EV5_S*EV6	C	A
4	7	C1_L*RV1_L*RV2_L*RV3	A	A
8	8	C1_S*RV4_S*RV5_S*RV6	B x	B
12	9	C2_L*BF3_L*EV7+S*EV8	A	A
10	10	C2_S*ZF3_L*RV7+S*RV8	A	C
11	11	C2_L*ZF4_S*EV9+L*EV10	B	A
9	12	C2_S*BF4_S*RV9+L*RV10	C	C
15	13	C3_S*BF5_S*RV11+L*EV11	C	C
14	14	C3_L*BF6_S*RV11+L*EV11	A	C
13	15	C3_L*ZF5_S*EV12+L*RV12	A	A
18	16	C3_S*BF7_S*EV12+L*RV12	C	C
17	17	C3_L*ZF6_L*RV13+S*EV13	A	C
16	18	C3_S*ZF7_S*EV13+L*RV13	A	A
20	19	C4_S*BF8_S*RV14+L*RV15	A	A
21	20	C4_L*ZF8_L*EV14+S*EV15	B x	B
19	21	C4_S*BF9_L*EV16+S*EV17	C	C
22	22	C4_L*ZF9_L*RV16+S*RV17	A	A
28	23	C5_L*BF10_S*EV18+L*RV18	A x	A
27	24	C5_S*ZF10_L*RV18+S*EV18	B	B
26	25	C5_L*ZF11_S*RV19+L*EV19	C	C
25	26	C5_S*ZF12_L*EV19+S*RV19	B	B
24	27	C5_S*BF11_L*EV20+S*RV20	B x	B
23	28	C5_L*BF12_S*RV20+L*EV20	C	C
29	Zusatz 1	C6_H_L*EV21+S*EV22	C	A
30	Zusatz 2	C6_D_L*EV23+S*EV24	B	B

Bemerkungen: Rechnet sehr schnell. Zählt Punkte ab und setzt diese für „n“ ein. Schaut zwischenzeitlich beim Nachdenken vom Bildschirm weg, daher geringere *tracking ratio* als die Anderen. Nennt keine alternative Antwort, wenn „andere Antwort“ richtig ist.

Probandendaten

Danke, dass Du sich bereit erklärt hast, an unserer Studie teilzunehmen.

Dies wird von Versuchsleiter/-in ausgefüllt
Versuchsleiter/-in: Maja Motzko VP-Nr: P1 Datum/Uhrzeit: 14.08.17

Bitte, beantworte alle Fragen in diesem Fragebogen.
Deine Antworten werden streng vertraulich behandelt.

Klasse 8, Schulform?

Vorname und 1. Buchstabe der Nachname: Torben W.
Alter: 13
Geburtsort: Gütersloh
Staatsangehörigkeit: deutsch
Geschlecht: ☐ weiblich / ☒ männlich
Händigkeit: ☐ rechts / ☒ links
Muttersprache(n): deutsch

Falls du nicht in Deutschland geboren wurdest, wann bist du nach Deutschland gekommen?

/

Warst du jemals länger als 6 Monate im Ausland? ☐ ja ☒ nein

Wann? / Wie lange? / Wo? /

Sprichst Du andere Sprache(n) als Deutsch mit folgenden Personen?

☐ ja, mit
- meiner Mutter spreche ich ______
- meinem Vater spreche ich ______
- meinen Geschwistern spreche ich ______
- meinen Freunden spreche ich ______
- anderen Familienmitgliedern spreche ich ______

☒ nein

Welche anderen Sprachen sprichst Du? englisch, französisch (Schulunterricht)

Aus deiner Sicht, wie gut bist du in Mathe?

1	2	3	4	5	6
	X				

Wie war deine letzte Zeugnisnote in Deutsch? 2

Wie war deine letzte Zeugnisnote in Mathe? 2

Probandendaten

Danke, dass Du sich bereit erklärt hast, an unserer Studie teilzunehmen.

Dies wird von Versuchsleiter/-in ausgefüllt
Versuchsleiter/-in: Maja Motzko VP-Nr.: P2 Datum/Uhrzeit: 14.09.17

Bitte, beantworte alle Fragen in diesem Fragebogen.
Deine Antworten werden streng vertraulich behandelt.

Klasse 8, Schulform?
Vorname und 1. Buchstabe der Nachname: Jannik B. Alter: 12
Geburtsort: Gütersloh Staatsangehörigkeit: deutsch
Geschlecht: ☐ weiblich / ☒ männlich Händigkeit: ☒ rechts / ☐ links
Muttersprache(n): deutsch

Falls du nicht in Deutschland geboren wurdest, wann bist du nach Deutschland gekommen?
Ø —

Warst du jemals länger als 6 Monate im Ausland? ☐ ja ☒ nein

Wann? / Wie lange? / Wo? /

Sprichst Du andere Sprache(n) als Deutsch mit folgenden Personen?

☐ ja, mit
meiner Mutter spreche ich ______
meinem Vater spreche ich ______
meinen Geschwistern spreche ich ______
meinen Freunden spreche ich ______
anderen Familienmitgliedern spreche ich ______

☒ nein

Welche anderen Sprachen sprichst Du? englisch (Schulunterricht)

Aus deiner Sicht, wie gut bist du in Mathe?

1	2	3	4	5	6
X					

Wie war deine letzte Zeugnisnote in Deutsch? 2

Wie war deine letzte Zeugnisnote in Mathe? 3

Probandendaten

Danke, dass Du sich bereit erklärt hast, an unserer Studie teilzunehmen.

Dies wird von Versuchsleiter/-in ausgefüllt
Versuchsleiter/-in: Maja Molzko VP-Nr: P3 Datum/Uhrzeit: 14.09.17

Bitte, beantworte alle Fragen in diesem Fragebogen.
Deine Antworten werden streng vertraulich behandelt.

Vorname und 1. Buchstabe der Nachname: Lea W.
Alter: 15
Geburtsort: Datteln
Staatsangehörigkeit: deutsch
Geschlecht: ☒ weiblich / ☐ männlich
Händigkeit: ☐ rechts / ☒ links
Muttersprache(n): deutsch

Falls du nicht in Deutschland geboren wurdest, wann bist du nach Deutschland gekommen?

____

Warst du jemals länger als 6 Monate im Ausland? ☐ ja ☒ nein

Wann? ________ Wie lange? ________ Wo? ________

Sprichst Du andere Sprache(n) als Deutsch mit folgenden Personen?

☐ ja, mit meiner Mutter spreche ich ________
meinem Vater spreche ich ________
meinen Geschwistern spreche ich ________
meinen Freunden spreche ich ________
anderen Familienmitgliedern spreche ich ________

☒ nein

Welche anderen Sprachen sprichst Du? Englisch, Spanisch (Schulunterricht)

Aus deiner Sicht, wie gut bist du in Mathe?

1	2	3	4	5	6
		X			

Wie war deine letzte Zeugnisnote in Deutsch? 3

Wie war deine letzte Zeugnisnote in Mathe? 2

Probandendaten

Danke, dass Du sich bereit erklärt hast, an unserer Studie teilzunehmen.

Dies wird von Versuchsleiter/-in ausgefüllt
Versuchsleiter/-in: Maja Molzko VP-Nr: P4 Datum/Uhrzeit: 14.09.17

Bitte, beantworte alle Fragen in diesem Fragebogen.
Deine Antworten werden streng vertraulich behandelt.

Klasse 9, E-Kurs (Gesamtschule)

Vorname und 1. Buchstabe der Nachname: Lorena L. Alter: 14

Geburtsort: Witten Staatsangehörigkeit: deutsch und italienisch

Geschlecht: ☒ weiblich / ☐ männlich Händigkeit: ☒ rechts / ☐ links

Muttersprache(n): deutsch

Falls du nicht in Deutschland geboren wurdest, wann bist du nach Deutschland gekommen?

/

Warst du jemals länger als 6 Monate im Ausland? ☐ ja ☒ nein

Wann? / Wie lange? / Wo? /

Sprichst Du andere Sprache(n) als Deutsch mit folgenden Personen?

☐ ja, mit meiner Mutter spreche ich ______
meinem Vater spreche ich ______
meinen Geschwistern spreche ich ______
meinen Freunden spreche ich ______
anderen Familienmitgliedern spreche ich ______

☒ nein

Welche anderen Sprachen sprichst Du? englisch (Schulunterricht)

Aus deiner Sicht, wie gut bist du in Mathe?

1	2	3	4	5	6
		X			

Wie war deine letzte Zeugnisnote in Deutsch? 3

Wie war deine letzte Zeugnisnote in Mathe? 3

Kein Interview

Probandendaten

Danke, dass Du sich bereit erklärt hast, an unserer Studie teilzunehmen.

Dies wird von Versuchsleiter/-in ausgefüllt
Versuchsleiter/-in: Maja Mokzko   VP-Nr: P5   Datum/Uhrzeit: 14.09.17

Bitte, beantworte alle Fragen in diesem Fragebogen.
Deine Antworten werden streng vertraulich behandelt.

Klasse 9, E-Kurs (Gesamtschule)

Vorname und 1. Buchstabe der Nachname: Jano M.   Alter: 14
Geburtsort: Herne   Staatsangehörigkeit: deutsch
Geschlecht: ☐ weiblich / ☒ männlich   Händigkeit: ☐ rechts / ☐ links
Muttersprache(n): deutsch

Falls du nicht in Deutschland geboren wurdest, wann bist du nach Deutschland gekommen?
/

Warst du jemals länger als 6 Monate im Ausland? ☐ ja ☒ nein

Wann? / Wie lange? / Wo? /

Sprichst Du andere Sprache(n) als Deutsch mit folgenden Personen?

☐ ja, mit
meiner Mutter spreche ich ______
meinem Vater spreche ich ______
meinen Geschwistern spreche ich ______
meinen Freunden spreche ich ______
anderen Familienmitgliedern spreche ich ______

☒ nein

Welche anderen Sprachen sprichst Du? englisch (Schulunterricht)

Aus deiner Sicht, wie gut bist du in Mathe?

1	2	3	4	5	6
		X			

Wie war deine letzte Zeugnisnote in Deutsch? 2

Wie war deine letzte Zeugnisnote in Mathe? 3

Probandendaten

Danke, dass Du sich bereit erklärt hast, an unserer Studie teilzunehmen.

Dies wird von Versuchsleiter/-in ausgefüllt
Versuchsleiter/-in: Maja Motzko VP-Nr: P6 Datum/Uhrzeit: 19.09.17

Bitte, beantworte alle Fragen in diesem Fragebogen.
Deine Antworten werden streng vertraulich behandelt.

Klasse 9, Gesamtschule, E-Kurs

Vorname und 1. Buchstabe der Nachname: Julia H. Alter: 14
Geburtsort: Krefeld Staatsangehörigkeit: deutsch
Geschlecht: ☒ weiblich / ☐ männlich Händigkeit: ☒ rechts / ☐ links
Muttersprache(n): deutsch

Falls du nicht in Deutschland geboren wurdest, wann bist du nach Deutschland gekommen?

/

Warst du jemals länger als 6 Monate im Ausland? ☐ ja ☒ nein

Wann? / Wie lange? / Wo? /

Sprichst Du andere Sprache(n) als Deutsch mit folgenden Personen?

☐ ja, mit

meiner Mutter	spreche ich	
meinem Vater	spreche ich	
meinen Geschwistern	spreche ich	
meinen Freunden	spreche ich	
anderen Familienmitgliedern	spreche ich	

☒ nein

Welche anderen Sprachen sprichst Du? französisch, englisch (Schulunterricht

Aus deiner Sicht, wie gut bist du in Mathe?

1	2	3	4	5	6
		X			

Wie war deine letzte Zeugnisnote in Deutsch? 2

Wie war deine letzte Zeugnisnote in Mathe? 4

Probandendaten

Danke, dass Du sich bereit erklärt hast, an unserer Studie teilzunehmen.

Dies wird von Versuchsleiter/-in ausgefüllt
Versuchsleiter/-in: Maja Motzko VP-Nr: ~~[illegible]~~ P7 Datum/Uhrzeit: 19.09.17

Bitte, beantworte alle Fragen in diesem Fragebogen.
Deine Antworten werden streng vertraulich behandelt.

Klasse 9, Gesamtschule, E-Kurs

Vorname und 1. Buchstabe der Nachname: Melda G.
Alter: 14
Geburtsort: Herne
Staatsangehörigkeit: deutsch
Geschlecht: ☒ weiblich / ☐ männlich
Händigkeit: ☒ rechts / ☐ links
Muttersprache(n): türkisch/deutsch

Falls du nicht in Deutschland geboren wurdest, wann bist du nach Deutschland gekommen?

/

Warst du jemals länger als 6 Monate im Ausland? ☐ ja ☒ nein

Wann? / Wie lange? / Wo? /

Sprichst Du andere Sprache(n) als Deutsch mit folgenden Personen?

☒ ja, mit

meiner Mutter	spreche ich	türkisch
meinem Vater	spreche ich	türkisch
meinen Geschwistern	spreche ich	türkisch
meinen Freunden	spreche ich	
anderen Familienmitgliedern	spreche ich	türkisch

☐ nein

Welche anderen Sprachen sprichst Du? türkisch, englisch (Schulunterricht)

Aus deiner Sicht, wie gut bist du in Mathe?

1	2	3	4	5	6
		X			

Wie war deine letzte Zeugnisnote in Deutsch? 1

Wie war deine letzte Zeugnisnote in Mathe? 2

Probandendaten

Danke, dass Du sich bereit erklärt hast, an unserer Studie teilzunehmen.

Dies wird von Versuchsleiter/-in ausgefüllt
Versuchsleiter/-in: VP-Nr: P8 Datum/Uhrzeit:

Bitte, beantworte alle Fragen in diesem Fragebogen.
Deine Antworten werden streng vertraulich behandelt.

Gymnasium, 10. Klasse
Vorname und 1. Buchstabe der Nachname: Jule H. Alter: 14
Geburtsort: Herdecke Staatsangehörigkeit: deutsch
Geschlecht: ☒ weiblich / ☐ männlich Händigkeit: ☒ rechts / ☐ links
Muttersprache(n): deutsch

Falls du nicht in Deutschland geboren wurdest, wann bist du nach Deutschland gekommen? /

Warst du jemals länger als 6 Monate im Ausland? ☐ ja ☒ nein

Wann? / Wie lange? / Wo? /

Sprichst Du andere Sprache(n) als Deutsch mit folgenden Personen?

☐ ja, mit
meiner Mutter spreche ich ______
meinem Vater spreche ich ______
meinen Geschwistern spreche ich ______
meinen Freunden spreche ich ______
anderen Familienmitgliedern spreche ich ______

☒ nein

Welche anderen Sprachen sprichst Du? englisch (Schulunterricht), italienisch (dieses Schuljahr begonnen)

Aus deiner Sicht, wie gut bist du in Mathe?

1	2	3	4	5	6
X					

Wie war deine letzte Zeugnisnote in Deutsch? 1

Wie war deine letzte Zeugnisnote in Mathe? 1

Probandendaten

Danke, dass Du sich bereit erklärt hast, an unserer Studie teilzunehmen.

Dies wird von Versuchsleiter/-in ausgefüllt
Versuchsleiter/-in: Maja Molzko VP-Nr: P09 Datum/Uhrzeit:

Bitte, beantworte alle Fragen in diesem Fragebogen.
Deine Antworten werden streng vertraulich behandelt.

Vorname und 1. Buchstabe der Nachname: Robin D. Alter: 14
Geburtsort: Gelsenkirchen-Horst Staatsangehörigkeit: deutsch
Geschlecht: ☐ weiblich / ☒ männlich Händigkeit: ☒ rechts / ☐ links
Muttersprache(n): deutsch und polnisch

Falls du nicht in Deutschland geboren wurdest, wann bist du nach Deutschland gekommen?

____

Warst du jemals länger als 6 Monate im Ausland? ☐ ja ☒ nein

Wann? ________ Wie lange? ________ Wo? ________

Sprichst Du andere Sprache(n) als Deutsch mit folgenden Personen?

☒ ja, mit

meiner Mutter	spreche ich	polnisch
meinem Vater	spreche ich	polnisch
meinen Geschwistern	spreche ich	polnisch
meinen Freunden	spreche ich	
anderen Familienmitgliedern	spreche ich	polnisch

☐ nein

Welche anderen Sprachen sprichst Du? ~~französisch~~, englisch (Schulunterricht), polnisch

Aus deiner Sicht, wie gut bist du in Mathe?

1	2	3	4	5	6
X					

Wie war deine letzte Zeugnisnote in Deutsch? 1

Wie war deine letzte Zeugnisnote in Mathe? 1